

高校2年3年の
学習内容

仕事の中で活用される 数学たち

サンプル問題

すっかり身近な存在になった 「スマートフォン」

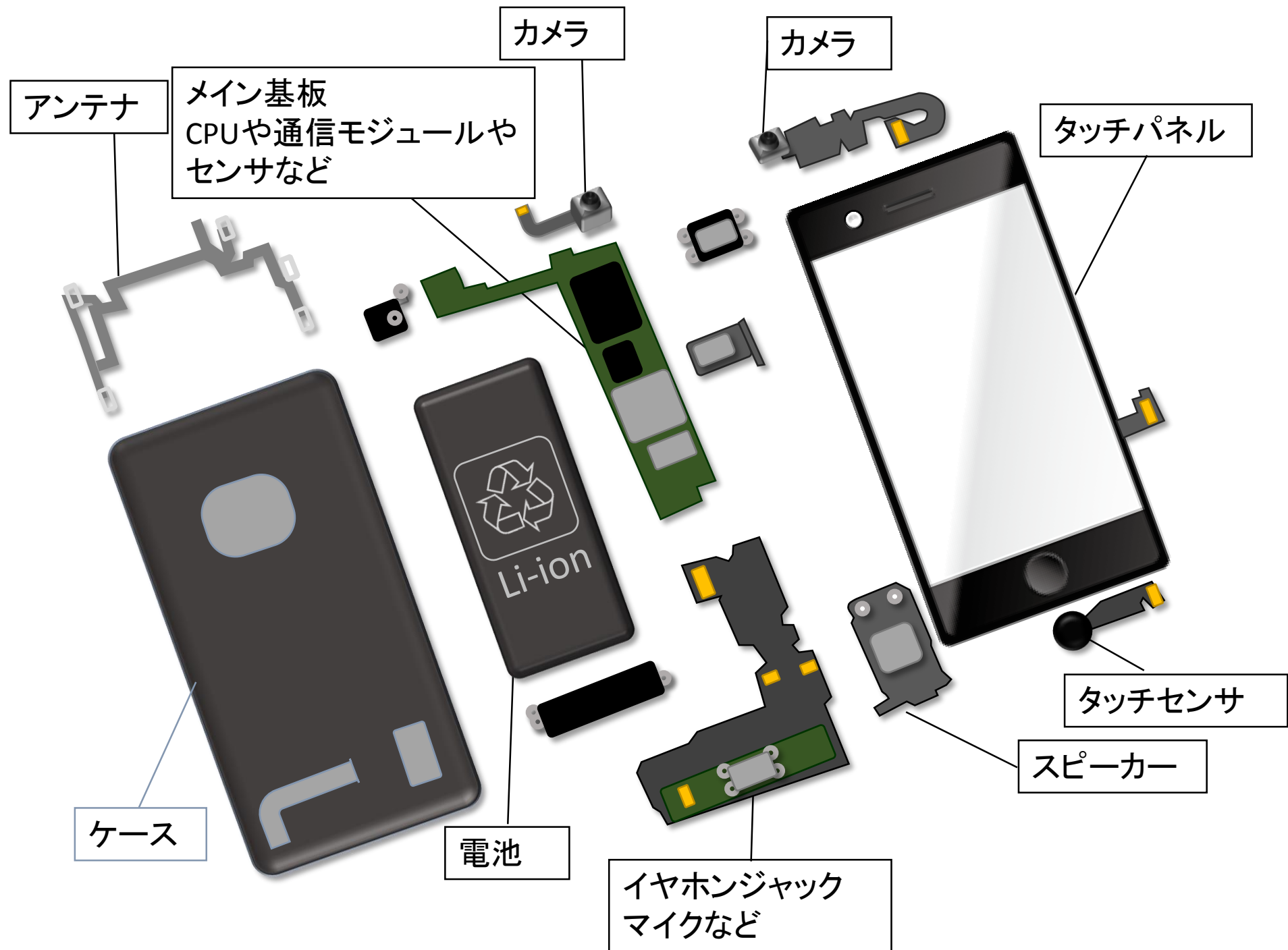
スマホも色々な使われ方がされています。

スマホを使ったVR(バーチャル・リアリティ)が最近話題になってます。

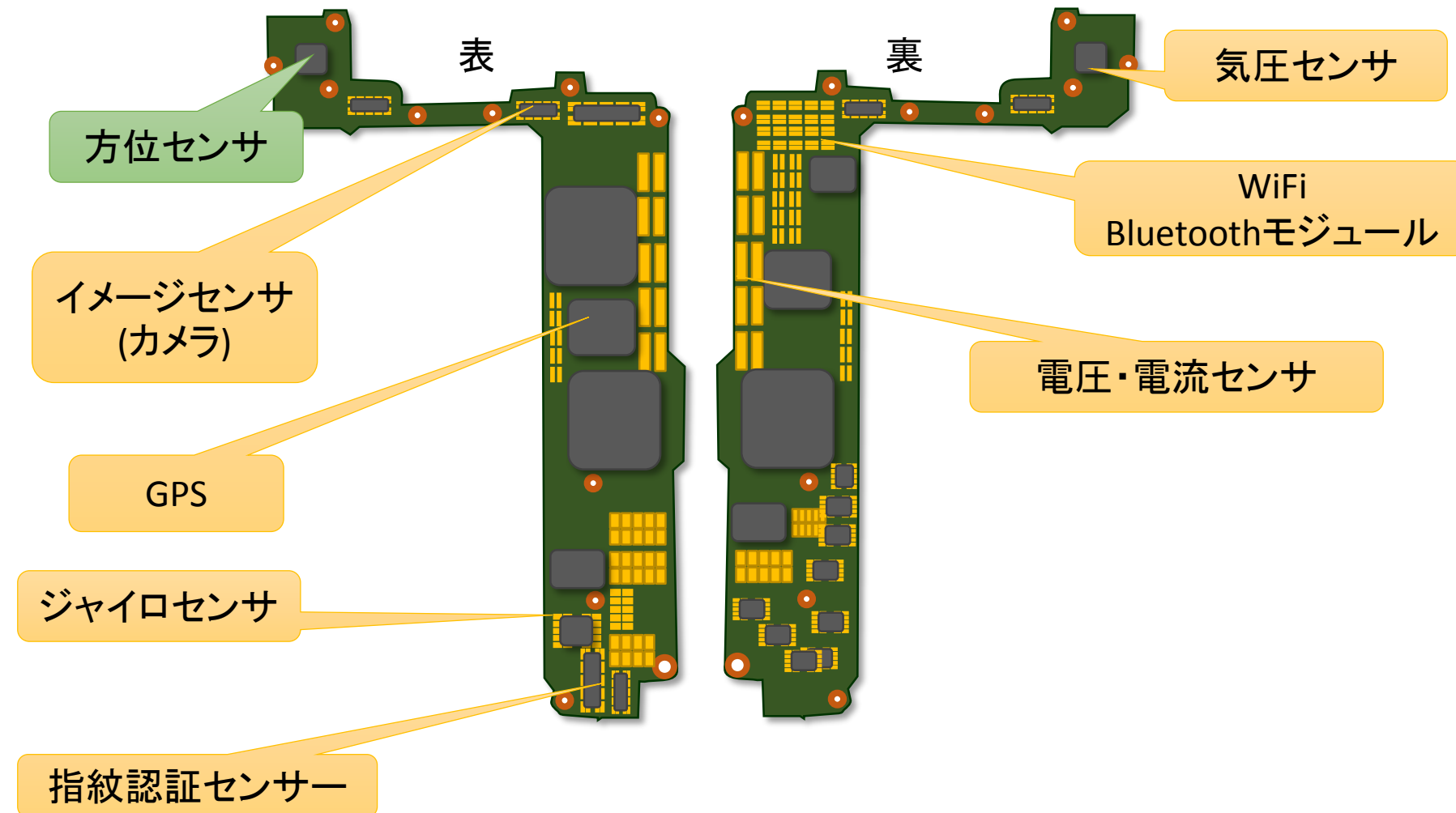
スマホのVRってどうやって実現しているのでしょうか？

ちょっとスマホの中身を見てみましょう！





メイン基板の中身



スマホには色々な
センサがついてい
るね.

そのひとつが
方位センサ
電子コンパスです.

方位センサー(電子コンパス)

- GPSが付いたナビゲーション機能つき携帯電話は、画面の地図上に自分の現在地を表示できます。でもGPSだけでは、現在地から目的地に向かって、どちらの方向に歩き出せば良いのか分かりません。電子コンパスがついた携帯電話なら、いつも進行方向が画面の上になるよう、地図を自動的に回転してくれます。
- VR(バーチャルリアリティ)アプリでも、この電子コンパスを使って、どの方向を見ているか感知して、その方向の画像を表示しています。



GPSがついたナビゲーション機能つき携帯電話は、画面の地図上に自分の現在地を表示できます。でもGPSだけでは、現在地から目的地に向かって、どちらの方向に歩き出せば良いのか分かりません。電子コンパスがついた携帯電話なら、いつも進行方向が画面の上になるよう、地図を自動的に回転してくれます。



VR(バーチャルリアリティ)アプリでも、この電子コンパスを使って、どの方向を見ているか感知して、その方向の画像を表示しています。

電子コンパスでは、X軸の磁気とY軸の磁気に分けて地磁気を測定して、磁気の向き θ を次の計算式で求めます。

$$\theta = \arctan (\text{地磁気のY軸成分} / \text{地磁気のX軸成分})$$



ここで、arctanは「アークタンジェント」と読みます。atan や $\tan^{-1}$ と書かれることもあります。一見難しそうな関数ですが、**高校で習う三角関数の知識を使えば**怖くありません。これは逆正接関数といい、 $\tan$ の逆関数であり、 $\tan x = y \Leftrightarrow \arctan y = x$ が成り立ちます。

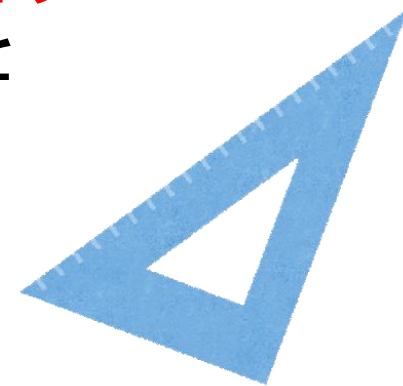
ここでは

$$\tan\theta = \text{地磁気のY軸成分} / \text{地磁気のX軸成分}$$

ということになります。この計算値を、Azimuth角(「アジマス角」方位角：北を基点0度とした時計回りの角度)に変換するために、次の計算式で変換します。

$$\text{Azimuth} = 90^\circ - \theta$$

水平の磁気が計測できていれば、上記の2つの計算式だけで方位を求めることができます。まずは高校で習う三角関数をしっかり理解しましょう！



方角を求めてみよう！

- ① $\tan \theta = 1$ のとき θ は？ Azimuth角は？ 東西南北でどの方向？
ただし，地磁気のY軸成分 も地磁気のX軸成分もプラスとする.
- ② $\tan \theta = -1$ のとき θ は？ Azimuth角は？
ただし，地磁気のY軸成分 はマイナス. 地磁気のX軸成分はプラスとする.
- ③ $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ のとき θ は？ Azimuth角は？
ただし，地磁気のY軸成分 も地磁気のX軸成分もプラスとする.

方角を求めてみよう！

計算メモ

- ① $\tan \theta = 1$ のときのとき $\theta = 45^\circ$ よって Azimuth = $90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$
- ② $\tan \theta = -1$ のときのとき $\theta = -45^\circ$ よって Azimuth = $90^\circ - (-45^\circ) = 135^\circ$
- ③ $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ のときのとき $\theta = 30^\circ$ よって Azimuth = $90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$

【解答欄】

① $\tan \theta = 1$ のとき

$$\theta = 45^\circ$$

$$\text{Azimuth} = 45^\circ$$

② $\tan \theta = -1$ のとき

$$\theta = -45^\circ$$

$$\text{Azimuth} = 135^\circ$$

③ $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ のとき

$$\theta = 30^\circ$$

$$\text{Azimuth} = 55^\circ$$

- 方位が求まったら、それをスマホの中にある小さなコンピュータで処理して、保存してあるたくさんの画像の中から、その方角の画像を画面に表示します。実際には、方位センサー以外にジャイロセンサーや加速度センサーも使用して顔の向きを検出します。360度どの向きもみえるのであたかも現実のように見えるのがバーチャル・リアリティ(Virtual Reality: 仮想現実/人工現実感)です。

VRゴーグルにスマホをセットして振り向く→
スマホの加速度センサー, ジャイロセンサー, 方位センサーで
顔の向きを検出→コンピュータで処理→
その方向の画像を表示

- 仕組みがわかると、楽しいですね!



スマートフォンをつくる仕事

先ほどはスマホの中身をのぞいてみました。さまざまな部品がありましたが、部品以外にもスマホをつくるには、さまざまな仕事があります。

これらの仕事の中に、皆さんが中学や高校で勉強していることが、たくさん活用されています。

課題

スマートフォンを製作する仕事に就いたアナタは、さまざまな課題をクリアしなければなりません。

- 「企画(プランナー)」
 - 機能の企画
 - 外装デザインの企画
 - 表示画面の企画
 - 標準装備アプリの企画など
- 「設計(デザイナー)」
 - 外側のケースの設計
 - 中身の電子回路の設計
 - 表示画面のデザインの設計
 - アプリの設計など
- 「製作」
 - 外側のケース(きょう体, ガシェット)の製作
 - 電子回路の製作およびプログラム
 - 表示画面のプログラム
 - アプリのプログラム
 - ゲームやアニメーションのプログラム
 - サウンドの製作
 - 着信音, アプリやゲームの効果音
- 「広告・宣伝(プロモーション)」
- 「営業・販売」



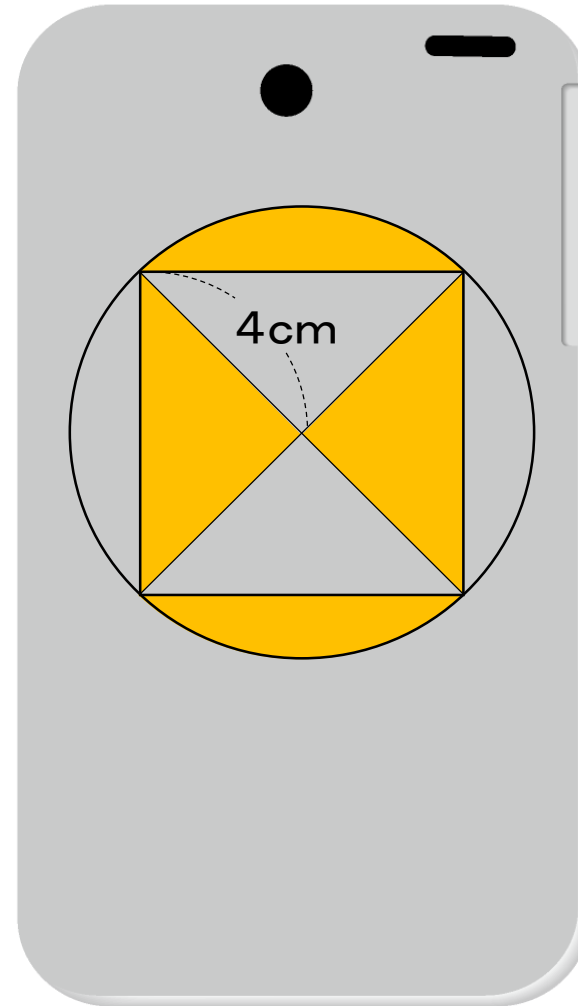
- 図形の面積
- 図形の体積
- 単位の変換
- 比例

ケースのデザインを考えよう！（１）

スマホの表面のデザインを考えています．デザインの一部分に金箔を張り，豪華なデザインにしたいと考えています．

デザインの面積は右図のとおりです．

- ①網掛けの金箔部分の面積を求めてください．
- ②1mm角で $0.2\mu\text{m}$ の厚さの金箔があります．体積は何 cm^3 になるでしょう．
- ③また金の単位体積当たりの質量は 1cm^3 あたり19.32gです．この1mm角の金箔は何gでしょう．
- ④金の値段が1グラム当たり5000円だとして，このデザインに必要な金箔はいくらかかりますか？



ケースのデザインを考えよう！（１）

計算メモ

$$40\text{mm} \times 40\text{mm} \times 3.14 / 2 = 2512\text{mm}^2 = 25.12\text{cm}^2$$

$$1\text{mm} \times 1\text{mm} \times 0.2 \times 10^{-6} \text{m} = 0.2 \times 10^{-3-3-6} \text{m}^3 = 0.2 \times 10^{-12+4} \text{cm}^3 = 2 \times 10^{-7} \text{cm}^3$$

$$19.32\text{g/cm}^3 \times 0.2 \times 10^{-8} \text{cm}^3 = 3.864 \times 10^{-8} \text{g}$$

$$25.12\text{cm}^2 \times 0.2\mu\text{m} = 25.12 \times 0.2 \times 10^{-4} \text{cm}^3 = 5.024 \times 10^{-4} \text{cm}^3$$

$$19.32\text{g/cm}^3 \times 5.024 \times 10^{-4} \text{cm}^3 = 97.06368 \times 10^{-4} \text{g}$$

$$1\text{cm} = 0.01\text{m} = 10^{-2}$$

$$19.32 \times 10^{-3} \text{g/mm}^3 \times 0.2 \times 10^{-3} \text{mm}^3 \times 2512 = 9706.368 \times 10^{-6} \text{g}$$

$$5000\text{円/g} \times 9706.368 \times 10^{-6} \text{g} = 48531840 \times 10^{-6} \text{円} = 48.5\text{円}$$

【解答欄】

①

25.12cm²

②

2*10^{^(-7)}cm³

③

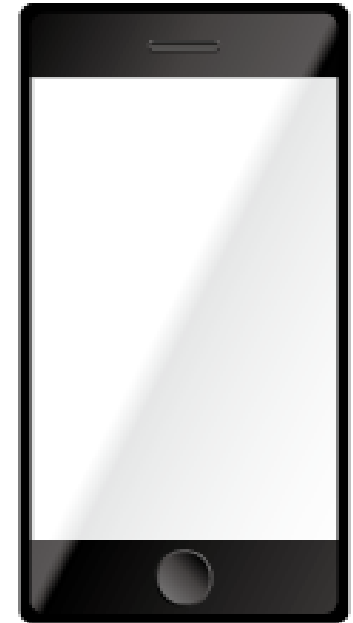
3.864*10^{^(-8)}g

④

48.5円

ケースのデザインを考えよう！（2）

旧機種のリニューアルをすることになりました．タッチパネルの面積は 60cm^2 のままで，タッチパネルの画面の縦の長さを 3cm 長くしたら，横の長さは 1cm 短くなりました．もとのタッチパネルの縦と横の長さは何 cm だったか答えなさい．



ケースのデザインを考えよう！（2）

計算メモ

$$XY=60$$

$$(X-1)(Y+3)=60$$

$$(X-1)(60/X+3)=60$$

$$60-60/X+3X-3=60$$

$$-60/X+3X-3=0$$

$$3X^2-3X-60=0$$

$$X^2-X-20=0$$

$$(X-5)(X+4)=0$$

$$X=5, -4 \quad X>0 \text{なので} X=5$$

$$\text{横} X=5, \text{縦} Y=12$$

【解答欄】

横の長さ

5cm

縦の長さ

12cm

ケースのデザインを考えよう！（3）

スマホの表面のデザインを考えています．

ハートのデザインの一部に金箔を張り，
豪華なデザインにしたいと考えています．

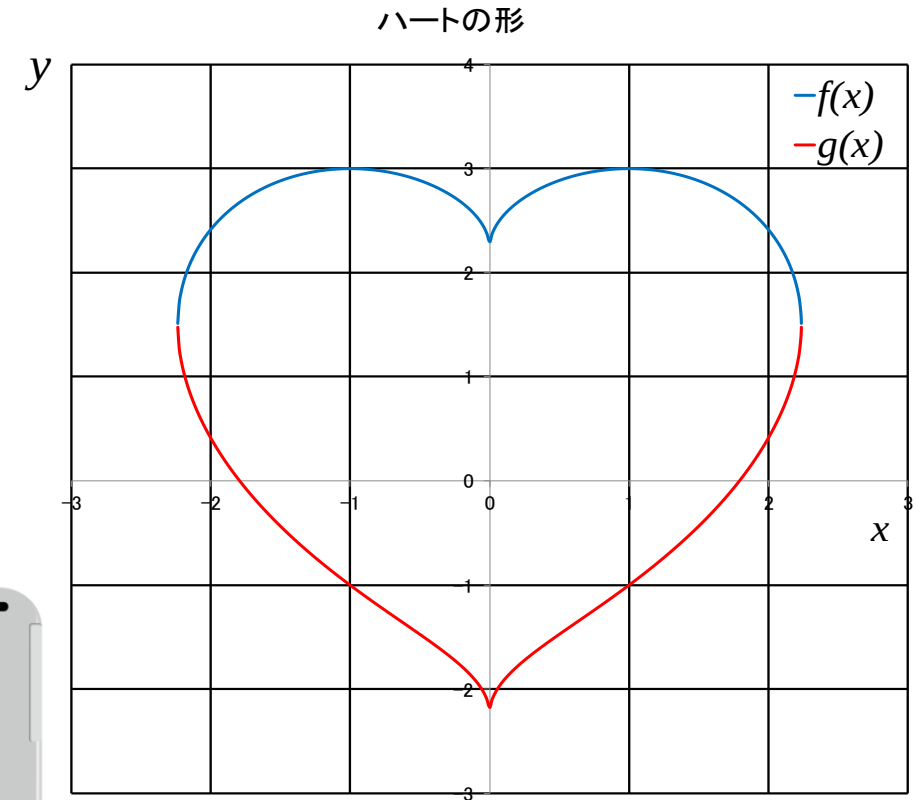
$-\sqrt{5} \leq x \leq \sqrt{5}$ [cm]の範囲で

$$f(x) = \sqrt{|x|} + \sqrt{5 - x^2}$$

$$g(x) = \sqrt{|x|} - \sqrt{5 - x^2}$$

を描くと右の図のようなハートの形になります．

このハートの面積を積分を使って求めてください．





ケースのデザインを考えよう！（3）

計算メモ y軸を中心に左右対称なので、右側半分 $0 \leq x \leq \sqrt{5}$ を求めて2倍する

$$\text{面積} \frac{S}{2} = 2 \times \int_0^{\sqrt{5}} \{f(x) - g(x)\} dx = 2 \times \int_0^{\sqrt{5}} \left\{ \sqrt{|x|} + \sqrt{5-x^2} - (\sqrt{|x|} - \sqrt{5-x^2}) \right\} dx$$

$$= 2 \times \int_0^{\sqrt{5}} \{ \sqrt{5-x^2} + \sqrt{5-x^2} \} dx = 4 \times \int_0^{\sqrt{5}} \sqrt{5-x^2} dx$$

$$x = \sqrt{5} \sin t \text{ とおくと } \sqrt{5-x^2} = \sqrt{5-5\sin^2 t} = \sqrt{5\cos^2 t}$$

$$0 \leq x \leq \sqrt{5} \text{ なので } 0 \leq \sqrt{5} \sin t \leq \sqrt{5} \quad \therefore 0 \leq \sin t \leq 1 \quad \therefore 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} \quad \therefore 0 \leq \cos t \leq 1 \therefore$$

$$\sqrt{5\cos^2 t} = \sqrt{5} \cos t$$

$$x = \sqrt{5} \sin t \text{ より, 両辺微分して } dx = \sqrt{5} \cos t dt$$

$$\therefore \frac{S}{2} = 4 \int_0^{\sqrt{5}} \sqrt{5-x^2} dx = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{5} \cos t \sqrt{5} \cos t dt = 10 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt$$

$$= 10 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos 2t}{2} dt = 10 \left[\frac{t}{2} + \frac{\sin 2t}{2} \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = 10 \left\{ \left(\frac{\pi}{4} + 0 \right) - (0 + 0) \right\} = \frac{5\pi}{2}$$

$$\therefore S = 5\pi$$

積分を使えば、複雑な形でも面積が求められます

【解答欄】ハートの面積

$5\pi \text{ cm}^2$

ゲームアプリを考えよう！（１）

ボールを転がすゲームアプリを考えています．画面の左上から右下まで転がったときに音を鳴らします．

スマホの画面が縦横 $11.2\text{cm} \times 8.4\text{cm}$ のとき，ボールのスピードが 14mm/sec だとすると何秒音を鳴らせばよいでしょうか？



ゲームアプリを考えよう！（１）

計算メモ

$$\begin{aligned}8.4^2 &= 70.56 \\ 11.2^2 &= 125.44\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{70.56+125.44} &= \sqrt{196} \\ \sqrt{196} &= 14\text{cm}=140\text{mm} \\ \frac{140\text{mm}}{14\text{mm/秒}} &= 10\text{秒}\end{aligned}$$

【解答欄】

音の長さ

10秒

ゲームアプリを考えよう！（2）

高校2年の内容

- 指数・対数

ボールを転がすゲームアプリを考えています．スマホには角度を検出する加速度センサとスピーカーがついています．スマホを傾けると傾けた角度に応じて転がる音を大きくしたいと思います．30度で音圧20mPaにすると何dBでしょう？60度で0.2Paにすると何dBでしょう？



解き方

- 「音の大きさ」＝音圧
 - 圧力なので単位は[Pa]パスカルですが、慣習上[dB]デシベルで表現することが多いです.
 - 人間の最小可聴(聞こえる範囲で一番小さい音圧)は $20\mu\text{[Pa]}$ で、ジェットエンジンの音圧は 20[Pa] です.
 - デシベルは人間の最少可聴の音圧と他の音圧を比較して対数で表した値です. $L_p[\text{dB}] = 20 \log_{10} \frac{20\text{[Pa]}}{20\mu\text{[Pa]}}$
 - よってジェットエンジンの音圧 $= 20 \log_{10} \frac{20\text{[Pa]}}{20\mu\text{[Pa]}} = 20 \log_{10} \frac{20}{20 \times 10^{-6}} = 20 \log_{10} 10^6 = 20 \times 6 = 120\text{[dB]}$ となります

ちなみに身近な音は何[dB]ぐらいあるでしょう？

130 [dB]落雷

120 [dB]飛行機のエンジンの音

110 [dB]自動車のクラクション(前方2m)・リベット打ち

100 [dB]電車が通るときのガード下 地下の構内 地下繁華街の音

90 [dB]犬の鳴き声(正面5m)・騒々しい工場の中・カラオケ(店内客席中央)

80 [dB]地下鉄の車内・電車の車内・ピアノ(正面1m)

70 [dB]ステレオ(正面1m, 夜間)・騒々しい事務所の中・騒々しい街頭

60 [dB]静かな乗用車・普通の会話

50 [dB]静かな公園・静かな事務所・クーラー(屋外機, 始動時)

40 [dB]市内の深夜・図書館・静かな住宅の昼

30 [dB]郊外の深夜・ささやき声

20 [dB]木の葉のふれあう音・置時計の秒針の音(前方1m)



ゲームアプリを考えよう！（２）

計算メモ

$$20 \log_{10} \frac{20\text{m}[\text{Pa}]}{20\mu[\text{Pa}]} = 20 \log_{10} \frac{20 \times 10^{-3}}{20 \times 10^{-6}} = 20 \log_{10} 10^3 = 20 \times 3 = 60\text{dB}$$

$$20 \log_{10} \frac{0.2[\text{Pa}]}{20\mu[\text{Pa}]} = 20 \log_{10} \frac{20 \times 10^{-2}}{20 \times 10^{-6}} = 20 \log_{10} 10^4 = 20 \times 4 = 80\text{dB}$$

【解答欄】

30度で音圧20mPa

60dB

60度で音圧0.2Pa

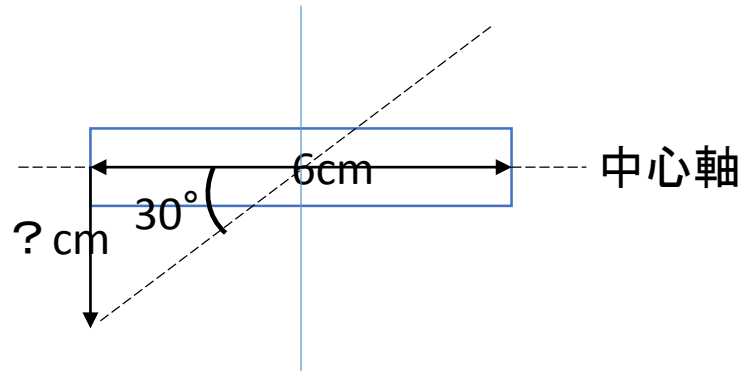
80dB



身近な音ではどんな音が
同じデシベルかな？

ゲームアプリを考えよう(3)

スマホには回転角度を測るジャイロセンサがついています。スマホの向きをジャイロセンサで測って、その向きに合わせて、ボールを転がすゲームアプリを作っています。幅6cmのスマホを図のように30度傾けるとスマホの中心軸を垂直方向に何cm移動したことになりますか？



ゲームアプリを考えよう！（２）

計算メモ

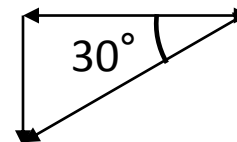
スマホの幅6cm

中心までの距離 $\frac{6}{2} = 3[cm]$

$$3 \times \tan 30^\circ = 3 \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}[cm]$$

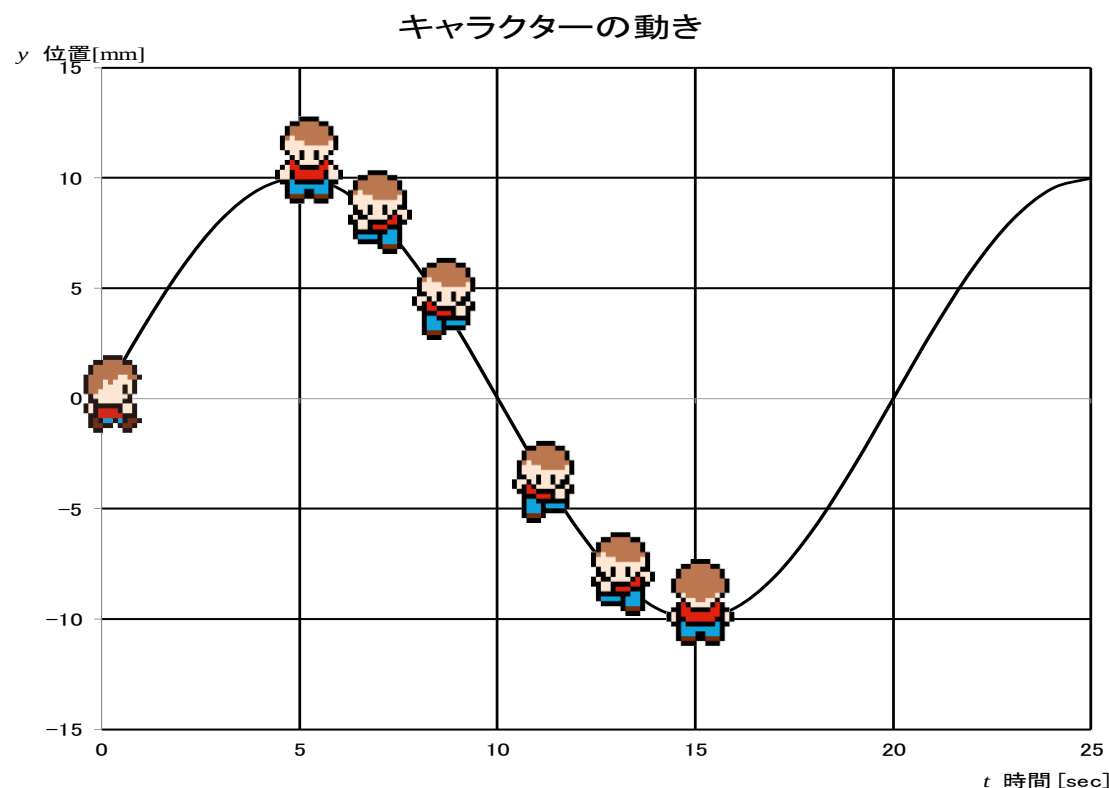
【解答欄】

$$\sqrt{3}[cm]$$

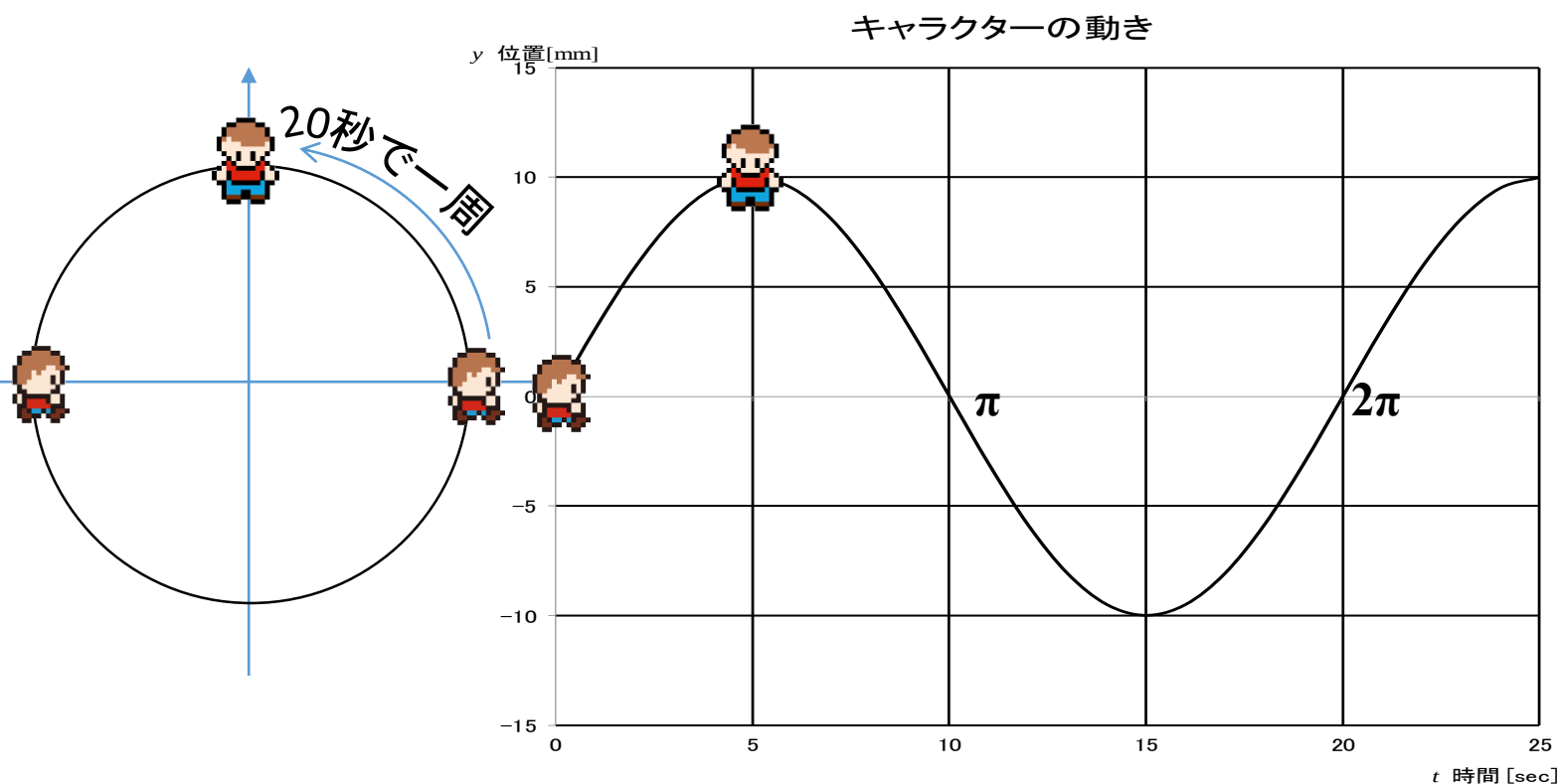


ゲームアプリを考えよう(4)

- キャラクターを上下に滑らかに動かしたい・・・そんなときにはSIN波形を使います．キャラクターが図のような波形で動くとなると，波形の式はどんな式になるでしょう？



解き方



横軸が時間になっていますが、20秒で元の位置に戻っています。左側のように考えると、グラフの最大値を半径とした円を等速円運動しているのと同じでそれを時間軸に広げたものが右のグラフです。

角度であらわすと、20秒で $2\pi[\text{rad}]$ になります。

まず、横軸を角度 $x [\text{rad}]$ と考えると、どのような式になるでしょうか？

次に、横軸を時間 t と考えてみます。一周にかかる時間 T は20秒です。角速度 $\omega [\text{rad/sec}]$ から

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \boxed{}$$

$x = \omega t$ と考えると、どのような式になるのでしょうか？

ゲームアプリを考えよう！（４）

計算メモ

横軸を角度 x [rad]と考えると,

$$y = 10 \sin x$$

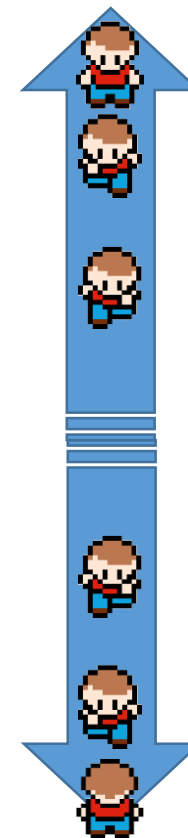
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{20} = 0.1\pi$$

$x = \omega t$ と考えると,

$$y = 10 \sin \omega t = 10 \sin 0.1\pi t$$

キャラクターを上下に滑らかに動かしたいときには、 y の値で動かします。一番上、一番下にキャラクターが近づくにつれ、速度はゆっくりとなり、中央では速い速度で動くようになります。横に滑らかに動かす場合も考えて見ましょう。

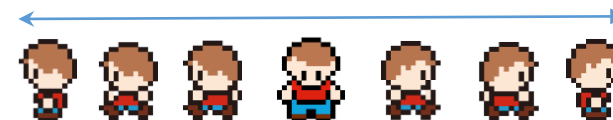
実際のゲームアプリでも、リアル感を出すために、たくさんの物理の公式や数式が使われています。



【解答欄】

式

$$y = 10 \sin 0.1\pi t$$



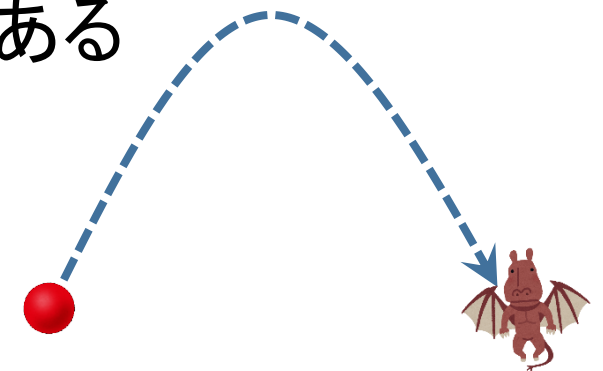
- 三角関数
- 力学

ゲームアプリを考えよう(5)

ゲームアプリの中でボールをなげて敵のキャラクターに当てるシーンを考えています. リアル感を出すためにはボールが放物線を描くように動かします.

斜め45度で初速度 $V_0=30[\text{m/sec}]$ で投げたときの放物線はどうなるでしょうか? 表を作成してボールの軌跡を書いてみましょう.

ボールが空中にある間, 効果音を鳴らします. 空中にある時間は何秒(何秒後に落ちる)でしょう?



解き方

斜めに投げるので斜方投射の式を考えよう!

初速度 V_0 , x 軸方向の初速度 V_{0x} , y 軸方向の初速度 V_{0y} とし, 水平とのなす角を θ とします.

x 軸方向では, 初速度 V_{0x} のまま等速直線運動をし, これが斜方投射の初速度の水平成分で $V_0 \cos \theta$ となります.

$$V_x = V_{0x} = V_0 \cos \theta$$

よって t 秒後の x 軸方向の位置は, 距離=速度×時間ですから,

$$x = V_{0x}t = V_0 \cos \theta \times t$$

y 軸方向には鉛直投射運動をし, y 軸方向の初速度は

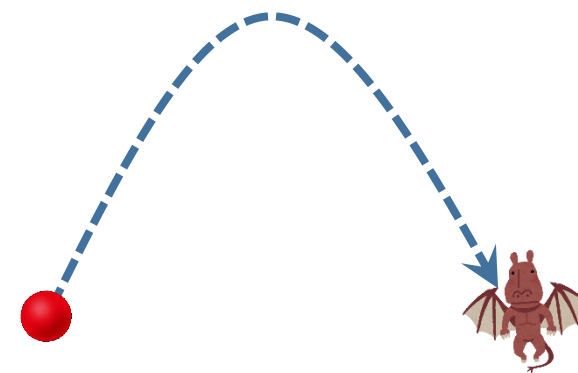
斜方投射の初速度の鉛直成分で, $V_0 \sin \theta$ です.

鉛直方向は重力加速度 $g = 9.8[m/s^2]$ がかかるので,

$$V_y = V_{0y} - gt = V_0 \sin \theta - gt$$

よって t 秒後の y 軸方向の位置は

$$y = V_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = V_0 \sin \theta t - \frac{1}{2}gt^2$$



$\sqrt{2} = \underline{1.414}$ なので, $\sin 45^\circ = \underline{0.707}$, $\cos 45^\circ = \underline{0.707}$ として計算します.

ゲームアプリを考えよう！（５）

計算メモ

$$x = 30 \cos 45^\circ t$$

$$x = 21.12t$$

$$y = 30 \sin 45^\circ t - \frac{1}{2} 9.8 t^2$$

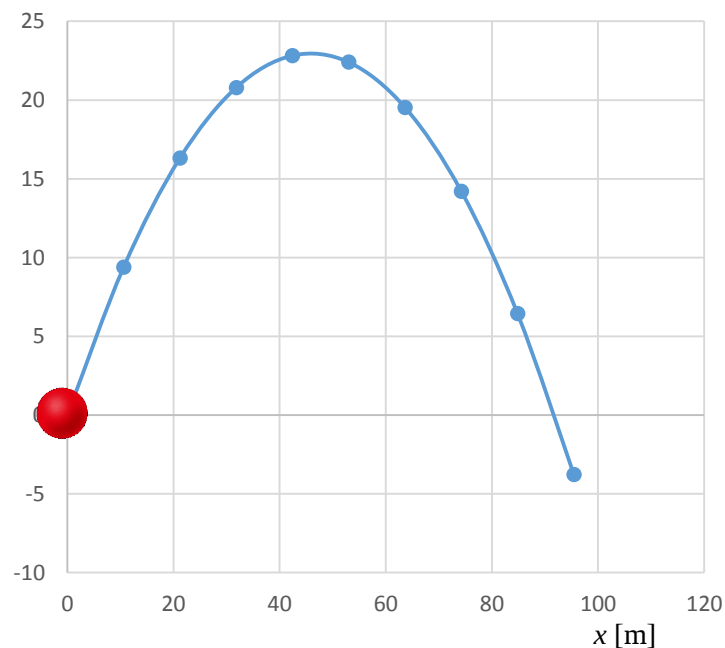
$$y = 21.12t - 4.9t^2$$

【解答欄】

t[秒]	x[m]	y[m]
0	0.0	0.0
0.5	10.6	9.4
1	21.2	16.3
1.5	31.8	20.8
2	42.4	22.8
2.5	53.0	22.4
3	63.6	19.5
3.5	74.2	14.2
4	84.8	6.4
4.5	95.4	-3.8

y [m]

ボールの軌跡



ボールの軌跡にリアル感が
出ましたね！



ゲームアプリを考えよう！（５）

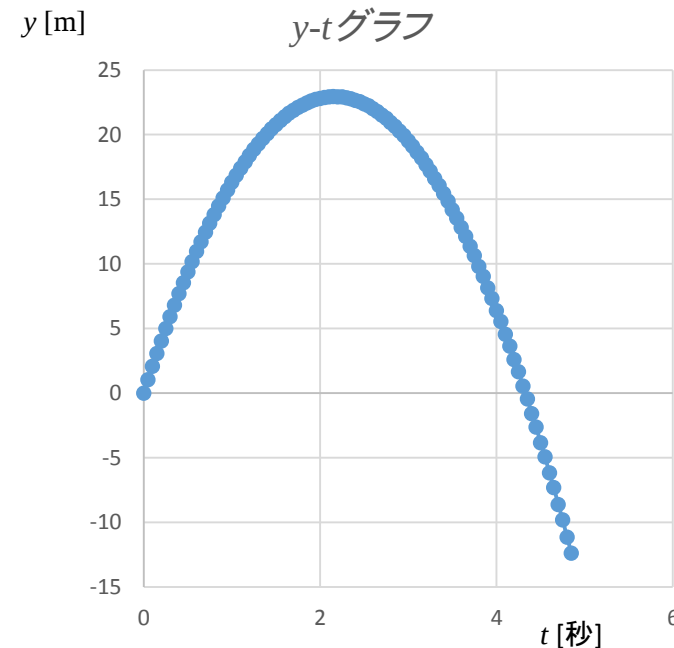
計算メモ

t 秒後にボールが落ちたとすると、 t 秒後の y 軸方向の位置は0[m]なので、

$$0 = 30 \sin 45^\circ t - \frac{1}{2} 9.8 t^2$$

$$\frac{30}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} 9.8 t$$

$$t = \frac{3 * 2}{9.8 \sqrt{2}} = 4.32[\text{秒}]$$



【解答欄】

ボールが空中にある時間

$$t = 4.32[\text{秒}]$$

ボールが空中にある時間は音になるように出来ました！！
ボールの動きに合わせて音が鳴ると、ゲームにワクワク感が出ます！



おわりに

スマートフォンを製作するさまざまな課題をクリアできましたか？

問題の中で数学や物理の数式がでてきました。実際に仕事で使用するときにはコンピュータを使って計算することもあります。しかし、物理の法則や数式の意味がわからなければ、コンピュータへ入力することすら出来ません。

数学も物理も、仕事で使う大切なツールなのです。

