

参考問題と解答・解説

特徴

- ①推薦入試の過去問をベースにしている
- ②1 回分の入試問題のセットが8セット
- ③図入りの解答・解説付き

注意事項

- ①1 セットの解答時間は約 30 分を目安にされたい。
- ②解の公式による二次方程式の解法を用いるが、因数分解による解法でもよい。
- ③多用される二次関数の平方完成には慣れておくこと。

参考問題集

参考問題 1

問題 1 次の (1)・(2) の問題を解いて、それぞれの解答を (ア) ~ (オ) の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

(1) $6x^2 - 5x - 4 = 0$ のとき、 x の値はいくらか。

(ア) $\frac{4}{3}$, $-\frac{1}{2}$ (イ) $-\frac{4}{3}$, $\frac{1}{2}$ (ウ) $\frac{1}{3}$, -2 (エ) $-\frac{1}{3}$, 2 (オ) $\frac{1}{6}$, -4

(2) $\sqrt{7}$ の整数部分を a 、小数部分を b とするとき、 $b^2 + 2ab$ の値はいくらか。

(ア) 2 (イ) 3 (ウ) 4 (エ) 5 (オ) 6

問題 2 次の説明を読んでから (1)・(2) の問題を解いて、それぞれの解答を (ア) ~ (オ) の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

$AB=5$ 、 $BC=7$ 、 $CA=8$ 、 $\angle A=60^\circ$ となる三角形 ABC について考える。

(1) $\cos \angle B$ の値はいくらか。

(ア) $\frac{1}{7}$ (イ) $\frac{2}{7}$ (ウ) $\frac{3}{7}$ (エ) $\frac{4}{7}$ (オ) $\frac{5}{7}$

(2) 三角形 ABC に内接する円の半径の長さはいくらか。

(ア) 1 (イ) $\sqrt{2}$ (ウ) $\sqrt{3}$ (エ) 2 (オ) $\sqrt{6}$

問題 3 次の説明を読んでから (1)・(2) の問題を解いて、それぞれの解答を (ア) ~ (オ) の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

関数 $y=2ax^2-ax+3$ のグラフについて考える。ただし a は任意の実数とする。

(1) $a=-3$ のとき、このグラフの軸の式として正しいものはどれか。

(ア) $x=1$ (イ) $x=\frac{1}{2}$ (ウ) $x=-\frac{1}{2}$ (エ) $x=\frac{1}{4}$ (オ) $x=-\frac{1}{4}$

(2) x が実数全体を動くときの y の最小値が 1 のとき、 a の値はいくらか。

(ア) 4, -4 (イ) 0, 4 (ウ) 0, 16 (エ) 4 (オ) 16

参考問題 2

問題 1 次の (1)・(2) の問題を解いて、それぞれの解答を (ア) ~ (オ) の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

(1) $10x^2+7x-6=0$ のとき、 x の値はいくらか。

(ア) $\frac{6}{5}$, $-\frac{1}{2}$ (イ) $-\frac{6}{5}$, $\frac{1}{2}$ (ウ) $\frac{2}{5}$, $-\frac{3}{2}$ (エ) $-\frac{2}{5}$, $\frac{3}{2}$ (オ) $-\frac{3}{5}$, 1

(2) $a+b=6$ 、 $ab=7$ のとき、 a^2+ab+b^2 の値はいくらか。

(ア) 25 (イ) 26 (ウ) 27 (エ) 28 (オ) 29

問題 2 次の説明を読んでから (1)・(2) の問題を解いて、それぞれの解答を (ア) ~ (オ) の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

$AB=4$ 、 $BC=2\sqrt{2}$ 、 $\angle B=135^\circ$ となる三角形 ABC について考える。

(1) 辺 CA の長さはいくらか。

(ア) $2\sqrt{2}$ (イ) $2\sqrt{5}$ (ウ) $4\sqrt{2}$ (エ) $2\sqrt{10}$ (オ) $4\sqrt{3}$

(2) 三角形 ABC の面積はいくらか。

(ア) 2 (イ) $2\sqrt{2}$ (ウ) 4 (エ) $4\sqrt{2}$ (オ) 8

問題 3 次の説明を読んでから (1)・(2) の問題を解いて、それぞれの解答を (ア) ~ (オ) の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

関数 $y=ax^2+2x+1$ のグラフについて考える。ただし a は 0 でない実数とする。

(1) $a=2$ のとき、このグラフの軸の式として正しいものはどれか。

(ア) $x=1$ (イ) $x=\frac{1}{2}$ (ウ) $x=-\frac{1}{2}$ (エ) $x=\frac{1}{4}$ (オ) $x=-\frac{1}{4}$

(2) x が実数全体を動くときの y の最大値が 2 のとき、 a の値はいくらか。

(ア) 1 (イ) -1 (ウ) 2 (エ) -2 (オ) $-\frac{1}{2}$

参考問題 3

問題 1 次の (1)・(2) の問題を解いて、それぞれの解答を (ア) ~ (オ) の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

(1) $7x+6<3x^2$ のとき、 x の値の取り得る範囲はどのようなになるか。

(ア) $-\frac{1}{3}<x<6$

(イ) $x<-\frac{1}{3}, 6<x$

(ウ) $x<-\frac{2}{3}, 3<x$

(エ) $-\frac{2}{3}<x<3$

(オ) $x<-3, \frac{2}{3}<x$

(2) $a=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ とするとき、 $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2$ の値はいくらか。

(ア) 6

(イ) 8

(ウ) 12

(エ) 15

(オ) 18

問題 2 次の説明を読んでから (1)・(2) の問題を解いて、それぞれの解答を (ア) ~ (オ) の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

$AB=6$ 、 $AC=4$ 、 $\angle C=120^\circ$ となる三角形 ABC について考える。

(1) $\sin \angle B$ の値はいくらか。

(ア) $\frac{1}{3}$

(イ) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(ウ) $\frac{2}{3}$

(エ) $\frac{\sqrt{3}}{6}$

(オ) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

(2) 辺 BC の長さはいくらか。

(ア) $2\sqrt{3}+2$

(イ) $2\sqrt{3}-2$

(ウ) $2\sqrt{6}$

(エ) $2\sqrt{6}+2$

(オ) $2\sqrt{6}-2$

問題 3 次の説明を読んでから (1)・(2) の問題を解いて、それぞれの解答を (ア) ~ (オ) の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

$y=x^2-tx-t+3$ のグラフについて考える。ただし t は任意の実数とする。

(1) t がどのような値であっても必ずこのグラフが通る点の座標はどれか。

(ア) (0, 3)

(イ) (1, 2)

(ウ) (1, 4)

(エ) (-1, 2)

(オ) (-1, 4)

(2) このグラフが x 軸と接するとき、 t の値はいくらか。

(ア) 0, 1

(イ) -1, 3

(ウ) 2, -6

(エ) 1, -3

(オ) -2, 6

参考問題 4

問題 1 次の (1)・(2) の問題を解いて、それぞれの解答を (ア) ~ (オ) の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

(1) $|2x-1|=|x+3|$ のとき、 x の値はいくらか。

(ア) $\frac{2}{3}$, -4 (イ) $\frac{2}{3}$, 4 (ウ) $-\frac{2}{3}$, -4 (エ) $-\frac{2}{3}$, 4 (オ) $\frac{1}{3}$, 4

(2) $a+b=6$ 、 $a^2+b^2=20$ のとき、 ab の値はいくらか。

(ア) 4 (イ) 6 (ウ) 8 (エ) 12 (オ) 16

問題 2 次の説明を読んでから (1)・(2) の問題を解いて、それぞれの解答を (ア) ~ (オ) の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

$AB=5$ 、 $BC=7$ 、 $\cos \angle B = \frac{3}{5}$ となる三角形 ABC について考える。

(1) $\tan \angle B$ の値はいくらか。

(ア) $\frac{3}{4}$ (イ) $\frac{4}{3}$ (ウ) $\frac{4}{5}$ (エ) $\frac{5}{4}$ (オ) $\frac{5}{3}$

(2) $\sin \angle A$ の値はいくらか。

(ア) $\frac{2\sqrt{2}}{5}$ (イ) $\frac{7}{10}$ (ウ) $\frac{3\sqrt{2}}{5}$ (エ) $\frac{2\sqrt{6}}{5}$ (オ) $\frac{\sqrt{2}}{10}$

問題 3 次の説明を読んでから (1)・(2) の問題を解いて、それぞれの解答を (ア) ~ (オ) の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

関数 $y=2x^2+2x+k$ のグラフについて考える。ただし k は任意の実数とする。

(1) このグラフが x 軸と接するとき、 k の値はいくらか。

(ア) 1 (イ) $\frac{1}{2}$ (ウ) $-\frac{1}{2}$ (エ) $\frac{1}{4}$ (オ) $-\frac{1}{4}$

(2) $-2 \leq x \leq 2$ におけるこの関数の最大値を M 、最小値を m としたとき、 $M-m$ の値はいくらか。

(ア) $\frac{21}{2}$ (イ) $\frac{23}{2}$ (ウ) $\frac{25}{2}$ (エ) $\frac{27}{2}$ (オ) $\frac{29}{2}$

参考問題 5

問題1 次の(1)・(2)の問題を解いて、それぞれの解答を(ア)～(オ)の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

(1) $x^2 - 2x < 3x - 4$ のとき、 x の値の取り得る範囲はどのようなになるか。

(ア) $-1 < x < 6$

(イ) $x < -1, 4 < x$

(ウ) $x < 1, 4 < x$

(エ) $1 < x < 4$

(オ) $x < -1, 4 < x$

(2) $x = \sqrt{11} - 3$ のとき、 $x^2 + 6x$ の値はいくらか。

(ア) 2

(イ) 3

(ウ) 4

(エ) 5

(オ) 6

問題2 次の説明を読んでから(1)・(2)の問題を解いて、それぞれの解答を(ア)～(オ)の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

$AB=5$ 、 $BC=7$ 、 $CA=2\sqrt{6}$ となる三角形ABCについて考える。

(1) $\cos \angle B$ の値はいくらか。

(ア) $\frac{1}{7}$

(イ) $\frac{2}{7}$

(ウ) $\frac{3}{7}$

(エ) $\frac{4}{7}$

(オ) $\frac{5}{7}$

(2) 三角形ABCの外接円の半径の長さはいくらか。

(ア) 2

(イ) $\frac{5}{2}$

(ウ) 3

(エ) $\frac{7}{2}$

(オ) 3

問題3 次の説明を読んでから(1)・(2)の問題を解いて、それぞれの解答を(ア)～(オ)の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

関数 $y=2x^2-tx+2$ のグラフについて考える。ただし t は任意の実数とする。

(1) このグラフを x 軸方向に2、 y 軸方向に2平行移動したグラフが原点を通るとき、 t の値はいくらか。

(ア) -8

(イ) -6

(ウ) -4

(エ) 2

(オ) 4

(2) この関数の最小値が1のとき、 t の値はいくらか。

(ア) $\pm\sqrt{2}$

(イ) ± 2

(ウ) $\pm 2\sqrt{2}$

(エ) $\pm 4\sqrt{2}$

(オ) ± 8

参考問題 6

問題1 次の(1)・(2)の問題を解いて、それぞれの解答を(ア)～(オ)の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

(1) $|x+1|=|2x+5|$ のとき、 x の値はいくらか。

(ア) 1, 2 (イ) -2, 2 (ウ) 1, -4 (エ) -2, -4 (オ) -1, -2

(2) 正の実数 a が $a^2-4a-1=0$ を満たすとき、 $a-2$ の値はいくらか。

(ア) 1 (イ) $\sqrt{2}$ (ウ) $\sqrt{3}$ (エ) 2 (オ) $\sqrt{5}$

問題2 次の説明を読んでから(1)・(2)の問題を解いて、それぞれの解答を(ア)～(オ)の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

$AB=6$ 、 $\angle C=90^\circ$ 、 $\cos \angle A = \frac{1}{3}$ となる直角三角形 ABC について考える。

(1) $\tan \angle A$ の値はいくらか。

(ア) 2 (イ) $2\sqrt{2}$ (ウ) 3 (エ) $\sqrt{10}$ (オ) 8

(2) 三角形 ABC の面積はいくらか。

(ア) $3\sqrt{2}$ (イ) $2\sqrt{3}$ (ウ) $2\sqrt{6}$ (エ) $3\sqrt{3}$ (オ) $4\sqrt{2}$

問題3 次の説明を読んでから(1)・(2)の問題を解いて、それぞれの解答を(ア)～(オ)の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

$y=2x^2+kx+k$ のグラフについて考える。ただし k は任意の実数とする。

(1) $k=-1$ のとき、このグラフの軸の式はどのようなになるか。

(ア) $x=\frac{1}{2}$ (イ) $x=-\frac{1}{2}$ (ウ) $x=\frac{1}{4}$ (エ) $x=-\frac{1}{4}$ (オ) $x=-2$

(2) このグラフが x 軸と共有点をもたないとき、 k が満たす条件はどのようなになるか。

(ア) $k>0$ (イ) $-8<k<0$ (ウ) $k<0$, $8<k$
(エ) $0<k<8$ (オ) $k<-8$, $0<k$

参考問題 7

問題1 次の(1)・(2)の問題を解いて、それぞれの解答を(ア)～(オ)の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

(1) $|x-6|=|2x+3|$ のとき、 x の値はいくらか。

(ア) 1, -3 (イ) -1, 3 (ウ) 1, -6 (エ) -1, -6 (オ) 1, -9

(2) $a+b=5$ 、 $ab=3$ のとき、 $(a-b)^2$ の値はいくらか。

(ア) 11 (イ) 12 (ウ) 13 (エ) 14 (オ) 15

問題2 次の説明を読んでから(1)・(2)の問題を解いて、それぞれの解答を(ア)～(オ)の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

$AB=4$ 、 $BC=\sqrt{10}$ 、 $CA=3\sqrt{2}$ 、 $\angle A=45^\circ$ となる三角形ABCについて考える。

(1) 三角形ABCの面積はいくらか。

(ア) $3\sqrt{2}$ (イ) $2\sqrt{5}$ (ウ) 6 (エ) $6\sqrt{2}$ (オ) $4\sqrt{5}$

(2) 三角形ABCに外接する円の面積はいくらか。

(ア) 4π (イ) 5π (ウ) 6π (エ) 8π (オ) 10π

問題3 次の説明を読んでから(1)・(2)の問題を解いて、それぞれの解答を(ア)～(オ)の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

2次関数 $y=2x^2-4x+6$ のグラフについて考える。

(1) このグラフを x 方向に2、 y 方向に4平行移動したグラフの式として正しいものはどれか。

(ア) $y=2x^2+4x+2$ (イ) $y=2x^2+4x+10$ (ウ) $y=2x^2-12x+10$
(エ) $y=2x^2-12x+18$ (オ) $y=2x^2-12x+26$

(2) $-2 \leq x \leq 2$ におけるこの関数の最大値を M 、最小値を m としたとき、 $M-m$ の値はいくらか。

(ア) 10 (イ) 12 (ウ) 16 (エ) 18 (オ) 22

参考問題 8

問題 1 次の (1)・(2) の問題を解いて、それぞれの解答を (ア) ~ (オ) の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

(1) $|-2x+3|<1$ のとき、 x のとりうる値の範囲として正しいものはどれか。

(ア) $x>-1$ (イ) $1<x<2$ (ウ) $x<1$

(エ) $-2<x<-1$ (オ) $x<-2, 1<x$

(2) 正の実数 a, b が、 $a+b=5$ 、 $ab=5$ を満たすとき、 a^2+b^2 の値はいくらか。

(ア) 5 (イ) 10 (ウ) 15 (エ) 20 (オ) 25

問題 2 次の (1)・(2) の問題を解いて、それぞれの解答を (ア) ~ (オ) の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

$AB=2\sqrt{7}$ 、 $BC=4$ 、 $\angle C=120^\circ$ となる三角形 ABC について考える。

(1) 辺 AC の長さはいくらか。

(ア) 2 (イ) $\sqrt{7}$ (ウ) 3 (エ) $\sqrt{10}$ (オ) $2\sqrt{3}$

(2) 三角形 ABC の外接円の半径の長さはいくらか。

(ア) $\frac{\sqrt{7}}{3}$ (イ) $\frac{\sqrt{21}}{3}$ (ウ) $\frac{2\sqrt{21}}{3}$ (エ) $2\sqrt{7}$ (オ) $2\sqrt{21}$

問題 3 次の説明を読んでから (1)・(2) の問題を解いて、それぞれの解答を (ア) ~ (オ) の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

$y=ax^2+4x$ について考える。ただし $a<0$ とする。

(1) $a=-1$ のとき、 $0\leq x\leq 4$ における y の最大値はいくらか。

(ア) 0 (イ) 4 (ウ) 7 (エ) 9 (オ) 11

(2) x は実数全体を動くとする。 y の最大値が 2 のとき、 a の値はいくらか。

(ア) -2 (イ) -4 (ウ) -6 (エ) -8 (オ) -10

解答

参考問題 解答						
	問題 1		問題 2		問題 3	
	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)
演習問題 1	ア	イ	ア	ウ	エ	オ
演習問題 2	イ	オ	エ	ウ	ウ	イ
演習問題 3	ウ	ウ	イ	オ	オ	ウ
演習問題 4	エ	ウ	イ	オ	イ	ウ
演習問題 5	エ	ア	オ	エ	イ	ウ
演習問題 6	エ	オ	イ	オ	ウ	エ
演習問題 7	オ	ウ	ウ	イ	オ	エ
演習問題 8	イ	ウ	ア	ウ	イ	ア

解答解説

参考問題 1

問題 1 次の (1)・(2) の問題を解いて、それぞれの解答を (ア) ～ (オ) の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

(1) $6x^2 - 5x - 4 = 0$ のとき、 x の値はいくらか。

(ア) $\frac{4}{3}$, $-\frac{1}{2}$ (イ) $-\frac{4}{3}$, $\frac{1}{2}$ (ウ) $\frac{1}{3}$, -2 (エ) $-\frac{1}{3}$, 2 (オ) $\frac{1}{6}$, -4

(2) $\sqrt{7}$ の整数部分を a 、小数部分を b とするとき、 $b^2 + 2ab$ の値はいくらか。

(ア) 2

(イ) 3

(ウ) 4

(エ) 5

(オ) 6

解答 (1)

$$6x^2 - 5x - 4 = 0$$

解の公式

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 + 4 \cdot 6 \cdot 4}}{2 \cdot 6}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{25 + 96}}{2 \cdot 6}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{121}}{2 \cdot 6}$$

$$= \frac{5 \pm 11}{2 \cdot 6}$$

$$= -\frac{6}{2 \cdot 6}, \frac{16}{2 \cdot 6}$$

$$= -\frac{1}{2}, \frac{4}{3} \cdots A$$

解答 (2)

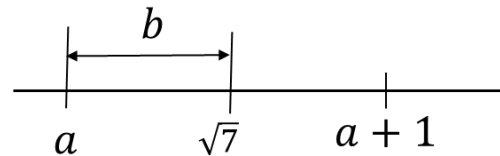
$$2^2 < \sqrt{7} < 3^2$$

$$a = 2$$

$$b = \sqrt{7} - 2$$

$$\begin{aligned} b^2 &= (\sqrt{7} - 2)^2 \\ &= 7 - 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{7} + 2^2 \\ &= 7 + 4 - 4\sqrt{7} \\ &= 11 - 4\sqrt{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b^2 + 2ab &= 11 - 4\sqrt{7} + 2 \cdot 2(\sqrt{7} - 2) \\ &= 11 - 4\sqrt{7} + 4\sqrt{7} - 8 \\ &= 3 \cdots A \end{aligned}$$



別解：二次方程式を因数分解して解

$$\text{く} : (2x + 1)(3x - 4) = 0$$

問題 2 次の説明を読んでから (1)・(2) の問題を解いて、それぞれの解答を (ア) ~ (オ) の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

AB=5、BC=7、CA=8、 $\angle A=60^\circ$ となる三角形 ABC について考える。

(1) $\cos \angle B$ の値はいくらか。

(ア) $\frac{1}{7}$ (イ) $\frac{2}{7}$ (ウ) $\frac{3}{7}$ (エ) $\frac{4}{7}$ (オ) $\frac{5}{7}$

(2) 三角形 ABC に内接する円の半径の長さはいくらか。

(ア) 1 (イ) $\sqrt{2}$ (ウ) $\sqrt{3}$ (エ) 2 (オ) $\sqrt{6}$

解答 (1)

余弦定理

$$(CA)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 - 2(BC)(AB)\cos\angle B$$

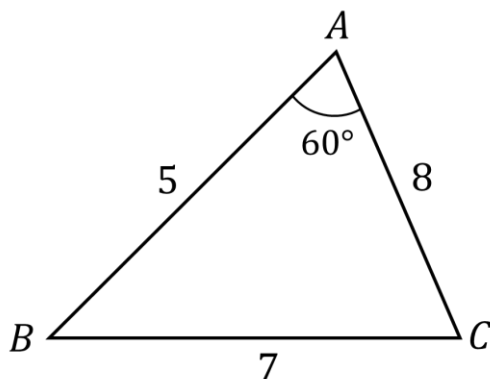
$$\cos\angle B = \frac{(AB)^2 + (BC)^2 - (CA)^2}{2(AB)(BC)}$$

$$= \frac{5^2 + 7^2 - 8^2}{2 \cdot 5 \cdot 7}$$

$$= \frac{25 + 49 - 64}{2 \cdot 5 \cdot 7}$$

$$= \frac{10}{2 \cdot 5 \cdot 7}$$

$$= \frac{1}{7} \cdots A$$



解答 (2)

$$\sin\angle A = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

三角形の面積の公式 (ΔABC : 面積)

$$\Delta ABC = \frac{1}{2}(\text{辺長})(\text{辺長})\sin(\text{間の角})$$

$$= \frac{1}{2}(AB)(CA)\sin\angle A$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 10\sqrt{3}$$

内接円の半径の公式 (r_i : 半径)

$$2\Delta ABC = r_i(AB + BC + CA)$$

$$r_i = \frac{2\Delta ABC}{AB + BC + CA}$$

$$= \frac{2 \cdot 10\sqrt{3}}{5 + 7 + 8}$$

$$= \frac{2 \cdot 10\sqrt{3}}{20}$$

$$= \sqrt{3} \cdots A$$

問題3 次の説明を読んでから(1)・(2)の問題を解いて、それぞれの解答を(ア)～(オ)の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

関数 $y=2ax^2-ax+3$ のグラフについて考える。ただし a は任意の実数とする。

(1) $a=-3$ のとき、このグラフの軸の式として正しいものはどれか。

(ア) $x=1$ (イ) $x=\frac{1}{2}$ (ウ) $x=-\frac{1}{2}$ (エ) $x=\frac{1}{4}$ (オ) $x=-\frac{1}{4}$

(2) x が実数全体を動くときの y の最小値が1のとき、 a の値はいくらか。

(ア) 4, -4 (イ) 0, 4 (ウ) 0, 16 (エ) 4 (オ) 16

解答 (1)

$$a = -3$$

$$y = -6x^2 + 3x + 3$$

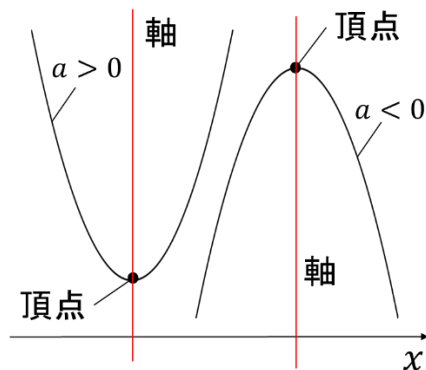
平方完成すると

$$\begin{aligned} y &= -6\left(x^2 - \frac{1}{2}x\right) + 3 \\ &= -6\left(x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16}\right) \cdots \\ &= -6\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 \cdots \end{aligned}$$

よって、軸の式は、

$$x = \frac{1}{4} \cdots A$$

なお、軸の式を求めるには括弧の外の計算は不要



解答 (2)

$$y = 2ax^2 - ax + 3$$

平方完成すると

$$\begin{aligned} y &= 2a\left(x^2 - \frac{1}{2}x\right) + 3 \\ &= 2a\left(x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16}\right) - \frac{a}{8} + 3 \\ &= 2a\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + 3 - \frac{a}{8} \end{aligned}$$

$a > 0$ と仮定すると、頂点 $\left(\frac{1}{4}, 3 - \frac{a}{8}\right)$ で

最小値をとる (左下図) ので、

$$3 - \frac{a}{8} = 1$$

$$\frac{a}{8} = 3 - 1$$

$$= 2$$

$$a = 16 \cdots A$$

なお、 $a = 16$ は、 $a > 0$ を満たす。

参考問題 2

問題 1 次の (1)・(2) の問題を解いて、それぞれの解答を (ア) ~ (オ) の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

(1) $10x^2 + 7x - 6 = 0$ のとき、 x の値はいくらか。

(ア) $\frac{6}{5}$, $-\frac{1}{2}$ (イ) $-\frac{6}{5}$, $\frac{1}{2}$ (ウ) $\frac{2}{5}$, $-\frac{3}{2}$ (エ) $-\frac{2}{5}$, $\frac{3}{2}$ (オ) $-\frac{3}{5}$, 1

(2) $a + b = 6$ 、 $ab = 7$ のとき、 $a^2 + ab + b^2$ の値はいくらか。

(ア) 25

(イ) 26

(ウ) 27

(エ) 28

(オ) 29

解答 (1)

$$10x^2 + 7x - 6 = 0$$

解の公式

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 + 4 \cdot 10 \cdot 6}}{2 \cdot 10}$$

$$= \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 240}}{2 \cdot 10}$$

$$= \frac{-7 \pm \sqrt{289}}{2 \cdot 10}$$

$$= \frac{-7 \pm 17}{2 \cdot 10}$$

$$= -\frac{24}{2 \cdot 10}, \frac{10}{2 \cdot 10}$$

$$= -\frac{6}{5}, \frac{1}{2} \cdots A$$

解答 (2)

$$a^2 + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2 - ab$$

$$= (a + b)^2 - ab$$

$$= 6^2 - 7$$

$$= 36 - 7$$

$$= 29 \cdots A$$

別解：二次方程式を因数分解して解

$$\text{< : } (2x - 1)(5x + 6) = 0$$

問題2 次の説明を読んでから(1)・(2)の問題を解いて、それぞれの解答を(ア)～(オ)の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

$AB=4$ 、 $BC=2\sqrt{2}$ 、 $\angle B=135^\circ$ となる三角形ABCについて考える。

(1) 辺CAの長さはいくらか。

(ア) $2\sqrt{2}$ (イ) $2\sqrt{5}$ (ウ) $4\sqrt{2}$ (エ) $2\sqrt{10}$ (オ) $4\sqrt{3}$

(2) 三角形ABCの面積はいくらか。

(ア) 2 (イ) $2\sqrt{2}$ (ウ) 4 (エ) $4\sqrt{2}$ (オ) 8

解答(1)

補角の公式

$$\begin{aligned}\cos\angle B &= -\cos(180^\circ - \angle B) \\ &= -\cos(180^\circ - 135^\circ) \\ &= -\cos 45^\circ \\ &= -\frac{1}{\sqrt{2}}\end{aligned}$$

余弦定理

$$\begin{aligned}(CA)^2 &= (AB)^2 + (BC)^2 \\ &\quad - 2(AB)(BC)\cos\angle B \\ (CA)^2 &= 4^2 + (2\sqrt{2})^2 \\ &\quad - 2 \cdot 4 \cdot 2\sqrt{2}\cos 135^\circ \\ &= 4^2 + (2\sqrt{2})^2 + 2 \cdot 4 \cdot 2\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \\ &= 16 + 8 + 16 \\ &= 40 \\ CA &= \sqrt{40} \\ &= 2\sqrt{10} \cdots A\end{aligned}$$

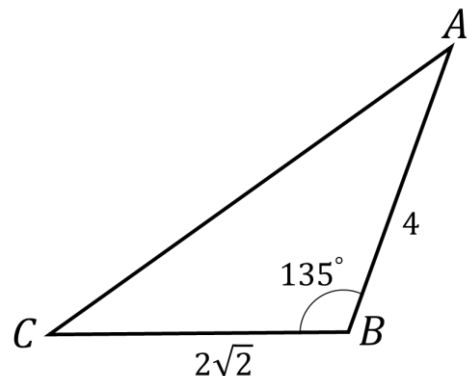
解答(2)

補角の公式

$$\begin{aligned}\sin\angle B &= \sin(180^\circ - \angle B) \\ &= \sin 45^\circ \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}\end{aligned}$$

三角形の面積の公式 ($\triangle ABC$: 面積)

$$\begin{aligned}\triangle ABC &= \frac{1}{2}(\text{辺長})(\text{辺長})\sin(\text{間の角}) \\ &= \frac{1}{2}(AB)(BC)\sin\angle B \\ &= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \\ &= 4 \cdots A\end{aligned}$$



問題 3 次の説明を読んでから (1)・(2) の問題を解いて、それぞれの解答を (ア) ~ (オ) の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

関数 $y=ax^2+2x+1$ のグラフについて考える。ただし a は 0 でない実数とする。

(1) $a=2$ のとき、このグラフの軸の式として正しいものはどれか。

(ア) $x=1$ (イ) $x=\frac{1}{2}$ (ウ) $x=-\frac{1}{2}$ (エ) $x=\frac{1}{4}$ (オ) $x=-\frac{1}{4}$

(2) x が実数全体を動くときの y の最大値が 2 のとき、 a の値はいくらか。

(ア) 1 (イ) -1 (ウ) 2 (エ) -2 (オ) $-\frac{1}{2}$

解答 (1)

$$a=2$$

$$y=2x^2+2x+1$$

平方完成すると

$$y=2(x^2+x)+1$$

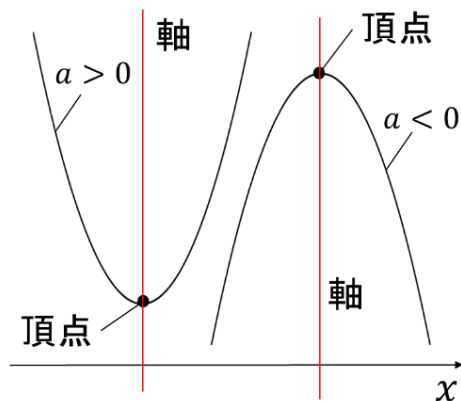
$$=2\left(x^2+x+\frac{1}{4}\right)\cdots$$

$$=2\left(x+\frac{1}{2}\right)^2\cdots$$

よって、軸の式は、

$$x=-\frac{1}{2}\cdots A$$

なお、軸の式を求めるのに括弧の外の計算は不要



解答 (2)

$$y=ax^2+2x+1$$

平方完成すると

$$y=a\left(x^2+\frac{2}{a}x\right)+1$$

$$=a\left(x^2+\frac{2}{a}x+\frac{1}{a^2}\right)-\frac{1}{a}+1$$

$$=a\left(x+\frac{1}{a}\right)^2+1-\frac{1}{a}$$

$a < 0$ と仮定すると、頂点 $\left(-\frac{1}{a}, 1-\frac{1}{a}\right)$

で最大値をとる (左下図) ので、

$$1-\frac{1}{a}=2$$

$$\frac{1}{a}=1-2=-1$$

$$a=-1\cdots A$$

なお、 $a=-1$ は、 $a < 0$ を満たす。

参考問題 3

問題1 次の(1)・(2)の問題を解いて、それぞれの解答を(ア)～(オ)の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

(1) $7x+6<3x^2$ のとき、 x の値の取り得る範囲はどのようなになるか。

(ア) $-\frac{1}{3}<x<6$

(イ) $x<-\frac{1}{3}, 6<x$

(ウ) $x<-\frac{2}{3}, 3<x$

(エ) $-\frac{2}{3}<x<3$

(オ) $x<-3, \frac{2}{3}<x$

(2) $a=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ とするとき、 $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2$ の値はいくらか。

(ア) 6

(イ) 8

(ウ) 12

(エ) 15

(オ) 18

解答 (1)

$$7x+6<3x^2$$

$$3x^2-7x-6>0$$

$$f(x)=3x^2-7x-6$$

$y=f(x)$ のグラフと x 軸の交点を求めると

$$3x^2-7x-6=0$$

解の公式

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x=\frac{7\pm\sqrt{7^2+4\cdot 3\cdot 6}}{2\cdot 3}$$

$$=\frac{7\pm\sqrt{49+72}}{2\cdot 3}=\frac{7\pm\sqrt{121}}{2\cdot 3}$$

$$=\frac{7\pm 11}{2\cdot 3}=-\frac{2}{3}, 3$$

右図より、 $f(x)>0$ を満たすのは

$$x<-\frac{2}{3}, 3<x \cdots A$$

一部別解：二次方程式を因数分解して

$$\text{解く：}(3x+2)(x-3)=0$$

解答 (2)

$$\frac{1}{a}=\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$$

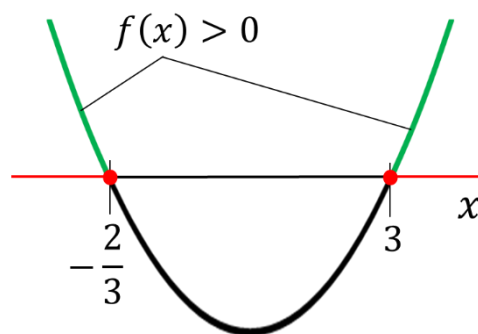
$$=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$$

$$=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3-2}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$$

$$a+\frac{1}{a}=\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{2}$$

$$a+\frac{1}{a}=2\sqrt{3}$$

$$\left(a+\frac{1}{a}\right)^2=(2\sqrt{3})^2=12 \cdots A$$



問題 2 次の説明を読んでから (1)・(2) の問題を解いて、それぞれの解答を (ア) ~ (オ) の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

AB=6、AC=4、 $\angle C=120^\circ$ となる三角形 ABC について考える。

(1) $\sin \angle B$ の値はいくらか。

- (ア) $\frac{1}{3}$ (イ) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (ウ) $\frac{2}{3}$ (エ) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (オ) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

(2) 辺 BC の長さはいくらか。

- (ア) $2\sqrt{3}+2$ (イ) $2\sqrt{3}-2$ (ウ) $2\sqrt{6}$ (エ) $2\sqrt{6}+2$ (オ) $2\sqrt{6}-2$

解答 (1)

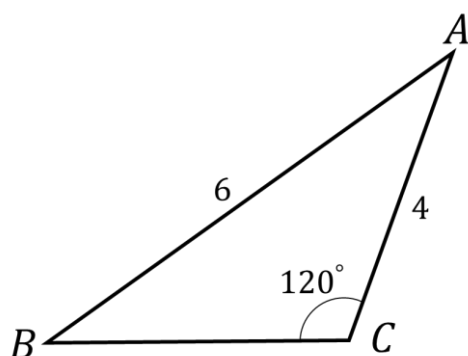
補角の公式

$$\begin{aligned}\sin \angle C &= \sin(180^\circ - \angle C) \\ &= \sin(180^\circ - 120^\circ) \\ &= \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$

正弦定理

$$\frac{AB}{\sin \angle C} = \frac{CA}{\sin \angle B}$$

$$\begin{aligned}\sin \angle B &= \frac{CA}{AB} \cdot \sin \angle C \\ &= \frac{4}{6} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{3} \cdots A\end{aligned}$$



解答 (2)

補角の公式

$$\begin{aligned}\cos \angle C &= -\cos(180^\circ - \angle C) \\ &= -\cos(180^\circ - 120^\circ) \\ &= -\cos 60^\circ \\ &= -\frac{1}{2}\end{aligned}$$

余弦定理

$$(AB)^2 = (CA)^2 + (BC)^2 - 2(CA)(BC)\cos \angle C$$

BC = x と置くと

$$6^2 = 4^2 + x^2 + 2 \cdot 4 \cdot x \cdot \cos 60^\circ$$

$$36 = 16 + x^2 + 2 \cdot 4 \cdot x \cdot \frac{1}{2}$$

$$x^2 + 4x - 20 = 0$$

解の公式

$$\begin{aligned}x &= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 + 4 \cdot 20}}{2} \\ &= \frac{-4 \pm \sqrt{4 \cdot 24}}{2} = \frac{-4 \pm 4\sqrt{6}}{2} \\ &= -2 \pm 2\sqrt{6} \\ BC &= 2\sqrt{6} - 2 \cdots A\end{aligned}$$

問題3 次の説明を読んでから(1)・(2)の問題を解いて、それぞれの解答を(ア)～(オ)の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

$y=x^2-tx-t+3$ のグラフについて考える。ただし t は任意の実数とする。

(1) t がどのような値であっても必ずこのグラフが通る点の座標はどれか。

(ア) (0, 3) (イ) (1, 2) (ウ) (1, 4) (エ) (-1, 2) (オ) (-1, 4)

(2) このグラフが x 軸と接するとき、 t の値はいくらか。

(ア) 0, 1 (イ) -1, 3 (ウ) 2, -6 (エ) 1, -3 (オ) -2, 6

解答 (1)

$t \times 0$

の項は、 t がどのような値であっても0である。これを勘案して

$$\begin{aligned} y=f(x) &= x^2 - tx - t + 3 \\ &= x^2 - t(x+1) + 3 \end{aligned}$$

$x = -1$ のとき、 t がどのような値であっても $t(x+1) = 0$ であり、

$$\begin{aligned} y=f(-1) &= (-1)^2 - t(-1) - t + 3 \\ &= 1 + t - t + 3 \\ &= 4 \end{aligned}$$

よって、

$(-1, 4) \cdots A$

解答 (2)

x 軸と接するので、判別式 $D = 0$ より

$$\begin{aligned} y &= x^2 - tx - t + 3 \\ D &= b^2 - 4ac = 0 \\ (-t)^2 - 4(-t+3) &= 0 \\ t^2 + 4t - 12 &= 0 \end{aligned}$$

解の公式

$$\begin{aligned} t &= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 + 4 \cdot 12}}{2} \\ &= \frac{-4 \pm \sqrt{4 \cdot 16}}{2} \\ &= \frac{-4 \pm 8}{2} = -2 \pm 4 \\ &= -6, 2 \cdots A \end{aligned}$$

参考問題 4

問題 1 次の (1)・(2) の問題を解いて、それぞれの解答を (ア) ~ (オ) の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

(1) $|2x-1|=|x+3|$ のとき、 x の値はいくらか。

(ア) $\frac{2}{3}$, -4 (イ) $\frac{2}{3}$, 4 (ウ) $-\frac{2}{3}$, -4 (エ) $-\frac{2}{3}$, 4 (オ) $\frac{1}{3}$, 4

(2) $a+b=6$ 、 $a^2+b^2=20$ のとき、 ab の値はいくらか。

(ア) 4 (イ) 6 (ウ) 8 (エ) 12 (オ) 16

解答 (1)

$y = |2x-1|$ と $y = |x+3|$ のグラフは、右下図のようになる。なお、グラフの描き方については、YouTube 数学講座第 1 部を参照されたい。

図中の左の交点は、

$$y = -(2x-1)$$

$$y = x+3$$

の両グラフの交点なので、

$$-(2x-1) = x+3$$

$$-2x+1 = x+3$$

$$-2 = 3x$$

$$x = -\frac{2}{3}$$

右の交点は

$$y = 2x-1$$

$$y = x+3$$

の両グラフの交点なので、

$$2x-1 = x+3$$

$$x = 4$$

よって、 $|2x-1|=|x+3|$ の解は

$$x = -\frac{2}{3}, 4 \cdots A$$

解答 (2)

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$2ab = (a+b)^2 - (a^2 + b^2)$$

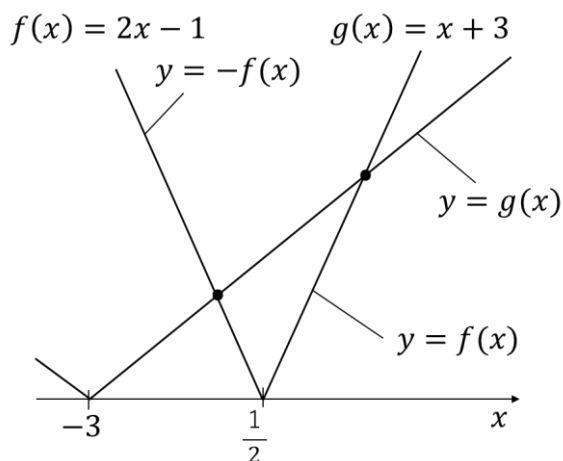
$$= 6^2 - 20$$

$$= 36 - 20$$

$$= 16$$

$$ab = \frac{16}{2}$$

$$= 8 \cdots A$$



問題2 次の説明を読んでから (1)・(2) の問題を解いて、それぞれの解答を (ア) ~ (オ) の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

$AB=5$ 、 $BC=7$ 、 $\cos \angle B = \frac{3}{5}$ となる三角形 ABC について考える。

(1) $\tan \angle B$ の値はいくらか。

(ア) $\frac{3}{4}$ (イ) $\frac{4}{3}$ (ウ) $\frac{4}{5}$ (エ) $\frac{5}{4}$ (オ) $\frac{5}{3}$

(2) $\sin \angle A$ の値はいくらか。

(ア) $\frac{2\sqrt{2}}{5}$ (イ) $\frac{7}{10}$ (ウ) $\frac{3\sqrt{2}}{5}$ (エ) $\frac{2\sqrt{6}}{5}$ (オ) $\frac{\sqrt{2}}{10}$

解答 (1)

三角関数の相互関係より

$$\sin^2 \angle B = 1 - \cos^2 \angle B$$

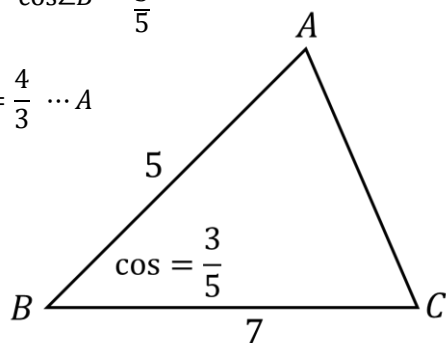
$$\begin{aligned} &= 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 \\ &= \frac{5^2 - 3^2}{5^2} = \frac{25 - 9}{5^2} \\ &= \frac{16}{5^2} \quad (5^2 \text{ のまま}) \end{aligned}$$

$$\sin \angle B = + \sqrt{\frac{16}{5^2}} \quad (\because \sin \angle B > 0)$$

$$= \frac{\sqrt{16}}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\tan \angle B = \frac{\sin \angle B}{\cos \angle B} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}}$$

$$= \frac{4}{3} \cdots A$$



解答 (2)

余弦定理

$$\begin{aligned} (CA)^2 &= (AB)^2 + (BC)^2 \\ &\quad - 2(AB)(BC)\cos \angle B \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (CA)^2 &= 5^2 + 7^2 - 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \frac{3}{5} \\ &= 25 + 49 - 42 \\ &= 32 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} CA &= \sqrt{32} \\ &= 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

正弦定理

$$\frac{CA}{\sin \angle B} = \frac{BC}{\sin \angle A}$$

$$\sin \angle A = \frac{BC}{CA} \sin \angle B$$

$$= \frac{7}{4\sqrt{2}} \cdot \frac{4}{5}$$

$$= \frac{7}{5\sqrt{2}}$$

分母の有理化

$$= \frac{7\sqrt{2}}{10} \cdots A$$

問題 3 次の説明を読んでから (1)・(2) の問題を解いて、それぞれの解答を (ア) ~ (オ) の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

関数 $y=2x^2+2x+k$ のグラフについて考える。ただし k は任意の実数とする。

(1) このグラフが x 軸と接するとき、 k の値はいくらか。

(ア) 1 (イ) $\frac{1}{2}$ (ウ) $-\frac{1}{2}$ (エ) $\frac{1}{4}$ (オ) $-\frac{1}{4}$

(2) $-2 \leq x \leq 2$ におけるこの関数の最大値を M 、最小値を m としたとき、 $M-m$ の値はいくらか。

(ア) $\frac{21}{2}$ (イ) $\frac{23}{2}$ (ウ) $\frac{25}{2}$ (エ) $\frac{27}{2}$ (オ) $\frac{29}{2}$

解答 (1)

$$y = 2x^2 + 2x + k$$

x 軸と接するので、判別式 $D = 0$

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$2^2 - 4 \cdot 2 \cdot k = 0$$

$$4 - 8k = 0$$

$$k = \frac{4}{8}$$

$$= \frac{1}{2} \cdots A$$

解答 (2)

$$y = f(x) = 2x^2 + 2x + k$$

$$= 2(x^2 + x) + k$$

$$= 2\left(x^2 + x + \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{2} + k$$

$$= 2\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + k - \frac{1}{2}$$

よって、関数のグラフは上に開く放物線である。

その頂点 $\left(-\frac{1}{2}, k - \frac{1}{2}\right)$ は $-2 \leq x \leq 2$ の

範囲内にある (左下図) ので、最小値は

$$m = k - \frac{1}{2}$$

一方、 $x = 2$ が軸 $x = -\frac{1}{2}$ から最も離れているので、最大値は

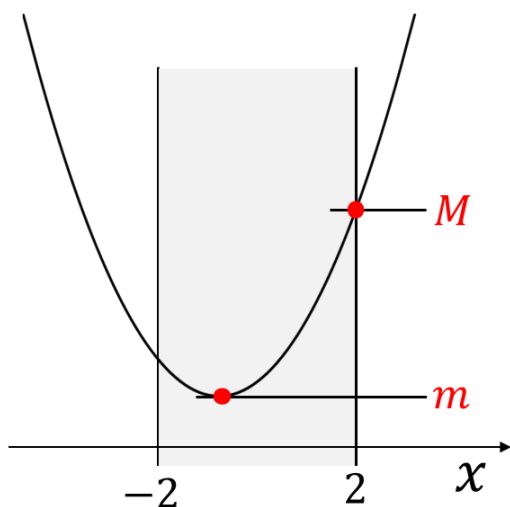
$$M = f(2) = 2 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 + k$$

$$= 8 + 4 + k = k + 12$$

$$M - m = k + 12 - \left(k - \frac{1}{2}\right)$$

$$= 12 + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{25}{2} \cdots A$$



参考問題 5

問題 1 次の (1)・(2) の問題を解いて、それぞれの解答を (ア) ~ (オ) の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

(1) $x^2 - 2x < 3x - 4$ のとき、 x の値の取り得る範囲はどのようなになるか。

(ア) $-1 < x < 6$

(イ) $x < -1, 4 < x$

(ウ) $x < 1, 4 < x$

(エ) $1 < x < 4$

(オ) $x < -1, 4 < x$

(2) $x = \sqrt{11} - 3$ のとき、 $x^2 + 6x$ の値はいくらか。

(ア) 2

(イ) 3

(ウ) 4

(エ) 5

(オ) 6

解答 (1)

$$x^2 - 2x < 3x - 4$$

$$x^2 - 2x - 3x + 4 < 0$$

$$f(x) = x^2 - 5x + 4 < 0$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

解の公式

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 4}}{2}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2}$$

$$= \frac{5 \pm 3}{2} = 1, 4$$

$y = f(x)$ のグラフは $x = 1, 4$ で x 軸と交わり、上に開く放物線 (右図) なので、以下の範囲で $f(x) < 0$ である。

$$1 < x < 4 \quad \cdots A$$

一部別解：二次方程式を因数分解して

$$\text{解く：} (x-1)(x-4) = 0$$

解答 (2)

$$x = \sqrt{11} - 3$$

$$x^2 = (\sqrt{11} - 3)^2$$

$$= 11 - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{11} + 3^2$$

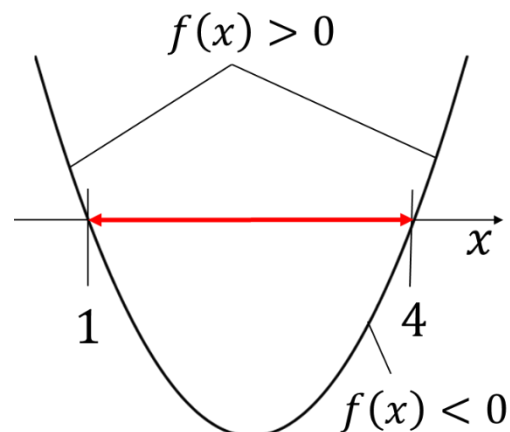
$$= 11 + 9 - 6\sqrt{11}$$

$$= 20 - 6\sqrt{11}$$

$$x^2 + 6x = 20 - 6\sqrt{11} + 6(\sqrt{11} - 3)$$

$$= 20 - 6\sqrt{11} + 6\sqrt{11} - 18$$

$$= 2 \quad \cdots A$$



問題2 次の説明を読んでから(1)・(2)の問題を解いて、それぞれの解答を(ア)～(オ)の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

AB=5、BC=7、CA=2√6となる三角形ABCについて考える。

(1) $\cos \angle B$ の値はいくらか。

(ア) $\frac{1}{7}$ (イ) $\frac{2}{7}$ (ウ) $\frac{3}{7}$ (エ) $\frac{4}{7}$ (オ) $\frac{5}{7}$

(2) 三角形ABCの外接円の半径の長さはいくらか。

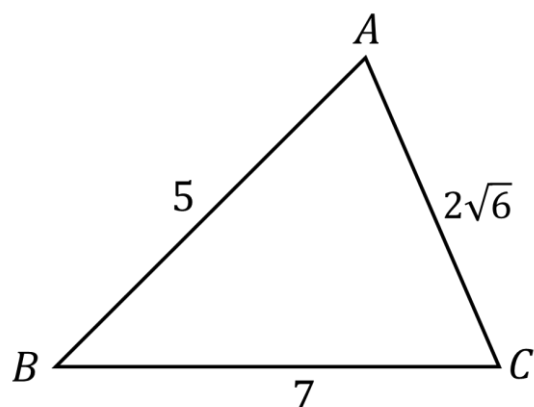
(ア) 2 (イ) $\frac{5}{2}$ (ウ) 3 (エ) $\frac{7}{2}$ (オ) 3

解答 (1)

余弦定理

$$(CA)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 - 2(AB)(BC)\cos \angle B$$

$$\begin{aligned}\cos \angle B &= \frac{(AB)^2 + (BC)^2 - (CA)^2}{2(AB)(BC)} \\ &= \frac{5^2 + 7^2 - (2\sqrt{6})^2}{2 \cdot 5 \cdot 7} \\ &= \frac{25 + 49 - 24}{2 \cdot 5 \cdot 7} \\ &= \frac{50}{2 \cdot 5 \cdot 7} \\ &= \frac{5}{7} \cdots A\end{aligned}$$



解答 (2)

三角関数の相互関係

$$\begin{aligned}\sin^2 \angle B &= 1 - \cos^2 \angle B \\ &= 1 - \left(\frac{5}{7}\right)^2 \\ &= \frac{7^2 - 5^2}{7^2} \\ &= \frac{49 - 25}{7^2} \\ &= \frac{24}{7^2} \quad (7^2 \text{ のまま})\end{aligned}$$

$$\sin \angle B = \sqrt{\frac{24}{7^2}} = \frac{2\sqrt{6}}{7}$$

正弦定理 (r_c : 外接円の半径)

$$\begin{aligned}2r_c &= \frac{CA}{\sin \angle B} \\ &= \frac{2\sqrt{6}}{\frac{2\sqrt{6}}{7}} = 7 \\ r_c &= \frac{7}{2} \cdots A\end{aligned}$$

問題 3 次の説明を読んでから (1)・(2) の問題を解いて、それぞれの解答を (ア) ~ (オ) の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

関数 $y=2x^2-tx+2$ のグラフについて考える。ただし t は任意の実数とする。

(1) このグラフを x 軸方向に 2、 y 軸方向に 2 平行移動したグラフが原点を通るとき、 t の値はいくらか。

(ア) -8 (イ) -6 (ウ) -4 (エ) 2 (オ) 4

(2) この関数の最小値が 1 のとき、 t の値はいくらか。

(ア) $\pm\sqrt{2}$ (イ) ± 2 (ウ) $\pm 2\sqrt{2}$ (エ) $\pm 4\sqrt{2}$ (オ) ± 8

解答 (1)

$$y = f(x) = 2x^2 - tx + 2$$

x 軸方向に 2、 y 軸方向に 2 平行移動すると

$$\begin{aligned} y &= f(x-2)+2 \\ &= 2(x-2)^2 - t(x-2) + 2 + 2 \\ \text{「原点}(0,0)\text{を通る」} \\ &= \text{「}0 = f(0-2)+2\text{」} \end{aligned}$$

$$0 = f(0-2)+2$$

$$0 = 2(0-2)^2 - t(0-2) + 2 + 2$$

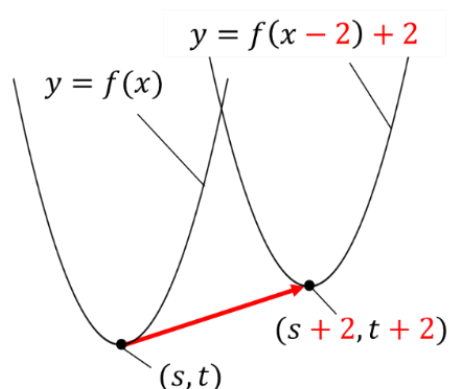
$$0 = 2(-2)^2 - t(-2) + 4$$

$$0 = 8 + 2t + 4$$

$$0 = 2t + 12$$

$$2t = -12$$

$$t = -6 \cdots A$$



解答 (2)

$$y = 2x^2 - tx + 2$$

平方完成すると

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - tx + 2 \\ &= 2(x^2 - \frac{t}{2}x) + 2 \\ &= 2\left(x^2 - \frac{t}{2}x + \frac{t^2}{16}\right) - \frac{t^2}{8} + 2 \\ &= 2\left(x - \frac{t}{4}\right)^2 + 2 - \frac{t^2}{8} \end{aligned}$$

頂点 $\left(\frac{t}{4}, 2 - \frac{t^2}{8}\right)$ で最小値 1 をとるので

$$2 - \frac{t^2}{8} = 1$$

$$\frac{t^2}{8} = 2 - 1$$

$$= 1$$

$$t^2 = 8$$

$$t = \pm 2\sqrt{2} \cdots A$$

参考問題 6

問題 1 次の(1)・(2)の問題を解いて、それぞれの解答を(ア)～(オ)の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

(1) $|x+1|=|2x+5|$ のとき、 x の値はいくらか。

(ア) 1, 2 (イ) -2, 2 (ウ) 1, -4 (エ) -2, -4 (オ) -1, -2

(2) 正の実数 a が $a^2-4a-1=0$ を満たすとき、 $a-2$ の値はいくらか。

(ア) 1 (イ) $\sqrt{2}$ (ウ) $\sqrt{3}$ (エ) 2 (オ) $\sqrt{5}$

解答 (1)

$y = |x+1|$ と $y = |2x+5|$ のグラフは、
右下図のようになる。なお、グラフの描き方については、YouTube 数学講座第1部を参照されたい。

図中の左の交点は、

$$y = -(x+1)$$

$$y = -(2x+5)$$

の両グラフの交点なので、

$$-(x+1) = -(2x+5)$$

$$x+1 = 2x+5$$

$$1-5 = x$$

$$x = -4$$

右の交点は、

$$y = -(x+1)$$

$$y = 2x+5$$

の両グラフの交点なので、

$$-(x+1) = 2x+5$$

$$-x-1 = 2x+5$$

$$-6 = 3x$$

$$x = -2$$

よって、 $|x+1|=|2x+5|$ の解は

$$x = -4, -2 \cdots A$$

解答 (2)

$$a^2 - 4a - 1 = 0$$

解の公式

$$a = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$a = \frac{4 \pm \sqrt{4^2 + 4 \cdot 1}}{2}$$

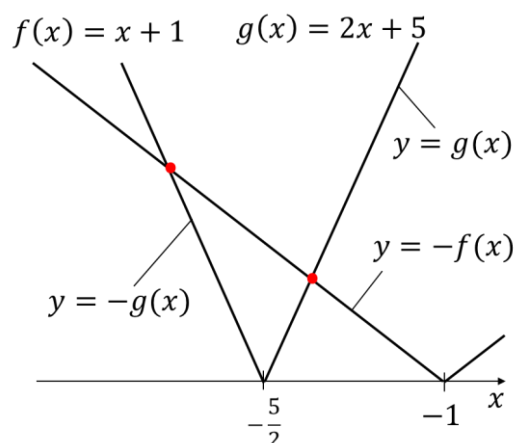
$$= \frac{4 \pm \sqrt{16 + 4}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{5}}{2}$$

$$= 2 \pm \sqrt{5}$$

$$= 2 + \sqrt{5}$$

$$a - 2 = 2 + \sqrt{5} - 2$$

$$= \sqrt{5} \cdots A$$



問題 2 次の説明を読んでから (1)・(2) の問題を解いて、それぞれの解答を (ア) ~ (オ) の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

$AB=6$ 、 $\angle C=90^\circ$ 、 $\cos \angle A = \frac{1}{3}$ となる直角三角形 ABC について考える。

(1) $\tan \angle A$ の値はいくらか。

(ア) 2

(イ) $2\sqrt{2}$

(ウ) 3

(エ) $\sqrt{10}$

(オ) 8

(2) 三角形 ABC の面積はいくらか。

(ア) $3\sqrt{2}$

(イ) $2\sqrt{3}$

(ウ) $2\sqrt{6}$

(エ) $3\sqrt{3}$

(オ) $4\sqrt{2}$

解答 (1)

下図の様に、三角形 $\angle ABC$ をとると

$$CA = (AB)\cos \angle A$$

$$= 6 \cdot \frac{1}{3} = 2$$

三平方の定理より

$$(BC)^2 = (AB)^2 - (CA)^2$$

$$(BC)^2 = 6^2 - 2^2$$

$$= 36 - 4$$

$$= 32$$

$$BC = \sqrt{32}$$

$$= 4\sqrt{2}$$

$$\tan \angle A = \frac{BC}{CA}$$

$$= \frac{4\sqrt{2}}{2}$$

$$= 2\sqrt{2} \cdots A$$

解答 (2)

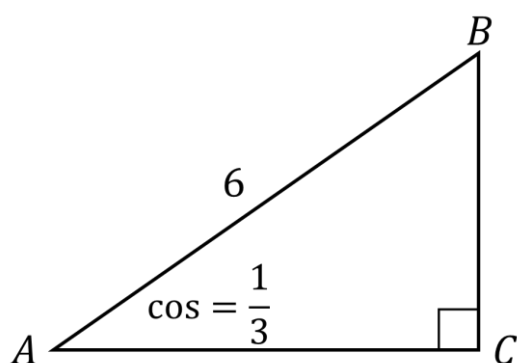
三角形の面積 ΔABC は

$$\Delta ABC = \frac{1}{2} (\text{底辺}) (\text{高さ})$$

$$= \frac{1}{2} (CA)(BC)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4\sqrt{2}$$

$$= 4\sqrt{2} \cdots A$$



問題 3 次の説明を読んでから (1)・(2) の問題を解いて、それぞれの解答を (ア) ~ (オ) の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

$y = 2x^2 + kx + k$ のグラフについて考える。ただし k は任意の実数とする。

(1) $k = -1$ のとき、このグラフの軸の式はどのようなになるか。

- (ア) $x = \frac{1}{2}$ (イ) $x = -\frac{1}{2}$ (ウ) $x = \frac{1}{4}$ (エ) $x = -\frac{1}{4}$ (オ) $x = -2$

(2) このグラフが x 軸と共有点をもたないとき、 k が満たす条件はどのようなになるか。

- (ア) $k > 0$ (イ) $-8 < k < 0$ (ウ) $k < 0, 8 < k$
 (エ) $0 < k < 8$ (オ) $k < -8, 0 < k$

解答 (1)

$$y = 2x^2 + kx + k$$

$$k = -1$$

$$y = 2x^2 - x - 1$$

平方完成すると

$$y = 2x^2 - x - 1$$

$$= 2\left(x^2 - \frac{1}{2}x\right) - 1$$

$$= 2\left(x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16}\right) \dots$$

$$= 2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 \dots$$

軸の式は

$$x = \frac{1}{4} \dots A$$

なお、軸の式を求めるのに、括弧の外
の計算は不要

解答 (2)

$$y = 2x^2 + kx + k$$

x 軸と共有点を持たないので、判別式

$$D < 0$$

$$b^2 - 4ac < 0$$

$$k^2 - 4 \cdot 2 \cdot k < 0$$

$$k^2 - 8k < 0$$

$$f(k) = k^2 - 8k$$

$y = f(k)$ のグラフと k 軸の交点は

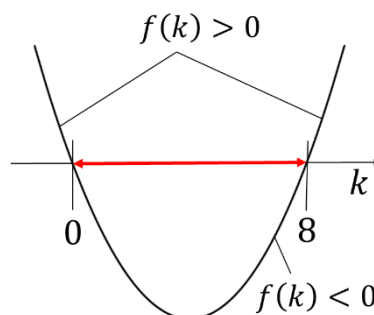
$$k^2 - 8k = 0$$

$$k(k - 8) = 0$$

$$k = 0, 8$$

下図より $f(k) < 0$ を満足するには

$$0 < k < 8 \dots A$$



参考問題 7

問題1 次の(1)・(2)の問題を解いて、それぞれの解答を(ア)～(オ)の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

(1) $|x-6|=|2x+3|$ のとき、 x の値はいくらか。

(ア) 1, -3 (イ) -1, 3 (ウ) 1, -6 (エ) -1, -6 (オ) 1, -9

(2) $a+b=5$ 、 $ab=3$ のとき、 $(a-b)^2$ の値はいくらか。

(ア) 11 (イ) 12 (ウ) 13 (エ) 14 (オ) 15

解答 (1)

$y = |x-6|$ と $y = |2x+3|$ のグラフは、右下図のようになる。なお、グラフの描き方については、YouTube 数学講座第1部を参照されたい。

図中の左の交点は、

$$y = -(x-6)$$

$$y = -(2x+3)$$

の両グラフの交点なので、

$$-(x-6) = -(2x+3)$$

$$x-6 = 2x+3$$

$$-6-3 = x$$

$$x = -9$$

右の交点は、

$$y = -(x-6)$$

$$y = 2x+3$$

の両グラフの交点なので、

$$-(x-6) = 2x+3$$

$$-x+6 = 2x+3$$

$$3 = 3x$$

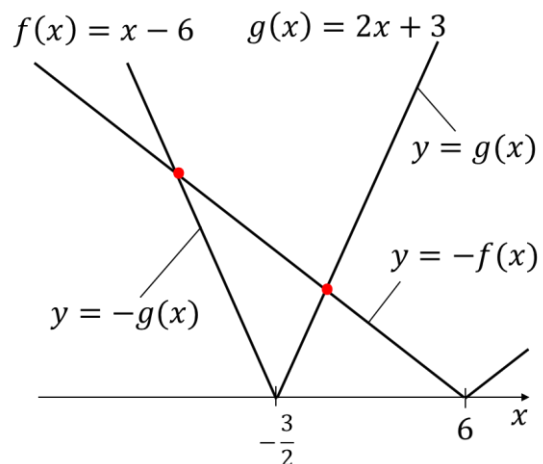
$$x = 1$$

よって、 $|x-6|=|2x+3|$ の解は

$$x = -9, 1 \cdots A$$

解答 (2)

$$\begin{aligned}(a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 - 4ab \\ &= (a+b)^2 - 4ab \\ &= 5^2 - 4 \cdot 3 \\ &= 25 - 12 \\ &= 13 \cdots A\end{aligned}$$



問題 2 次の説明を読んでから (1)・(2) の問題を解いて、それぞれの解答を (ア) ~ (オ) の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

$AB=4$ 、 $BC=\sqrt{10}$ 、 $CA=3\sqrt{2}$ 、 $\angle A=45^\circ$ となる三角形 ABC について考える。

(1) 三角形 ABC の面積はいくらか。

(ア) $3\sqrt{2}$ (イ) $2\sqrt{5}$ (ウ) 6 (エ) $6\sqrt{2}$ (オ) $4\sqrt{5}$

(2) 三角形 ABC に外接する円の面積はいくらか。

(ア) 4π (イ) 5π (ウ) 6π (エ) 8π (オ) 10π

解答 (1)

$$\sin \angle A = \sin 45^\circ$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}$$

三角形の面積の公式 ($\triangle ABC$: 面積)

$$\triangle ABC = \frac{1}{2}(\text{辺長})(\text{辺長})\sin(\text{間の角})$$

$$= \frac{1}{2}(AB)(CA)\sin \angle A$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= 6 \cdots A$$

解答 (2)

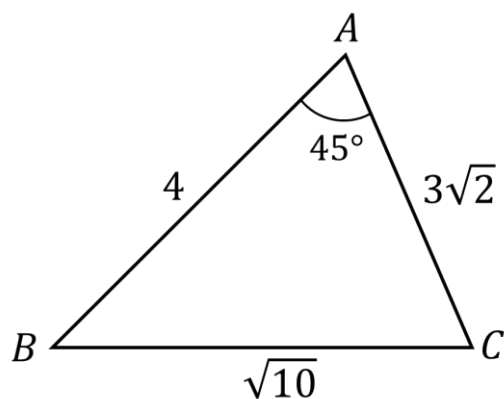
正弦定理 (r_c : 外接円の半径)

$$2r_c = \frac{BC}{\sin \angle A}$$

$$= \frac{\sqrt{10}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{10} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{5}$$

$$r_c = \frac{2\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} \text{円の面積} &= \pi r_c^2 = \pi (\sqrt{5})^2 \\ &= 5\pi \cdots A \end{aligned}$$



問題3 次の説明を読んでから(1)・(2)の問題を解いて、それぞれの解答を(ア)～(オ)の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

2次関数 $y=2x^2-4x+6$ のグラフについて考える。

(1) このグラフを x 方向に2、 y 方向に4平行移動したグラフの式として正しいものはどれか。

(ア) $y=2x^2+4x+2$

(イ) $y=2x^2+4x+10$

(ウ) $y=2x^2-12x+10$

(エ) $y=2x^2-12x+18$

(オ) $y=2x^2-12x+26$

(2) $-2 \leq x \leq 2$ におけるこの関数の最大値を M 、最小値を m としたとき、 $M-m$ の値はいくらか。

(ア) 10

(イ) 12

(ウ) 16

(エ) 18

(オ) 22

解答 (1)

$$y = 2x^2 - 4x + 6$$

$$x \rightarrow x - 2$$

$$y \rightarrow y - 4$$

と置き換えると

$$y - 4 = 2(x - 2)^2 - 4(x - 2) + 6$$

$$y = 2(x^2 - 4x + 4) - 4x + 8 + 6 + 4$$

$$y = 2x^2 - 8x + 8 - 4x + 18$$

$$y = 2x^2 - 12x + 26 \cdots A$$

解答 (2)

$$y = f(x) = 2x^2 - 4x + 6$$

平方完成すると

$$y = 2(x^2 - 2x) + 6$$

$$= 2(x^2 - 2x + 1) - 2 + 6$$

$$= 2(x - 1)^2 + 4$$

よって、 $y = f(x)$ のグラフは上に開く放物線であり、その頂点(1,4)は $-2 \leq x \leq 2$ の範囲内にある(左下図)ので、最小値は

$$m = 4$$

一方、 $x = -2$ が軸 $x = 1$ から最も離れているので、最大値は

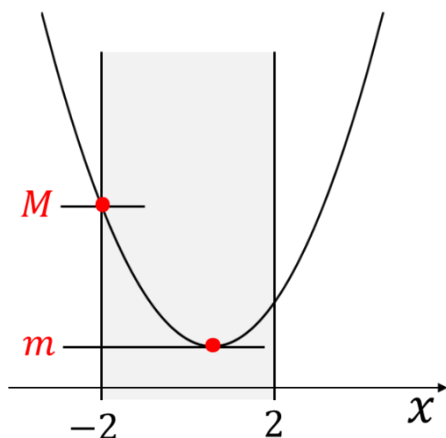
$$M = f(-2) = 2 \cdot (-2)^2 - 4(-2) + 6$$

$$= 8 + 8 + 6$$

$$= 22$$

$$M - m = 22 - 4$$

$$= 18 \cdots A$$



参考問題 8

問題 1 次の (1)・(2) の問題を解いて、それぞれの解答を (ア) ～ (オ) の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

(1) $|-2x+3|<1$ のとき、 x のとりうる値の範囲として正しいものはどれか。

(ア) $x>-1$

(イ) $1<x<2$

(ウ) $x<1$

(エ) $-2<x<-1$

(オ) $x<-2, 1<x$

(2) 正の実数 a, b が、 $a+b=5, ab=5$ を満たすとき、 a^2+b^2 の値はいくらか。

(ア) 5

(イ) 10

(ウ) 15

(エ) 20

(オ) 25

解答 (1)

$y = |-2x+3|$ と $y = 1$ のグラフは、右下図のようになる。

図中の左の交点は、

$$y = -2x + 3$$

$$y = 1$$

の両グラフの交点なので、

$$-2x + 3 = 1$$

$$3 - 1 = 2x$$

$$2 = 2x$$

$$x = 1$$

右の交点は、

$$y = -(-2x + 3)$$

$$y = 1$$

の両グラフの交点なので、

$$-(-2x + 3) = 1$$

$$2x - 3 = 1$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

右図より、 $|-2x+3|<1$ を満たす範囲は二つの交点の間であるので、

$$1 < x < 2 \cdots A$$

解答 (2)

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

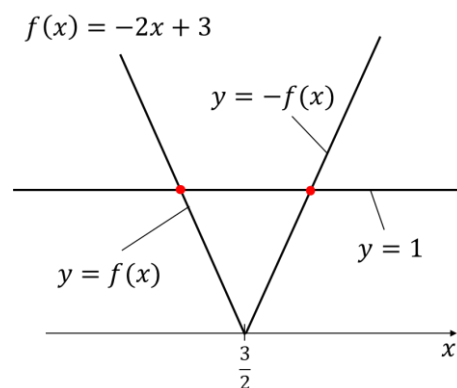
$$= a^2 + b^2 + 2ab$$

$$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$$

$$= 5^2 - 2 \cdot 5$$

$$= 25 - 10$$

$$= 15 \cdots A$$



問題2 次の(1)・(2)の問題を解いて、それぞれの解答を(ア)～(オ)の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

$AB=2\sqrt{7}$ 、 $BC=4$ 、 $\angle C=120^\circ$ となる三角形 ABC について考える。

(1) 辺 AC の長さはいくらか。

(ア) 2 (イ) $\sqrt{7}$ (ウ) 3 (エ) $\sqrt{10}$ (オ) $2\sqrt{3}$

(2) 三角形 ABC の外接円の半径の長さはいくらか。

(ア) $\frac{\sqrt{7}}{3}$ (イ) $\frac{\sqrt{21}}{3}$ (ウ) $\frac{2\sqrt{21}}{3}$ (エ) $2\sqrt{7}$ (オ) $2\sqrt{21}$

解答 (1)

補角の公式

$$\begin{aligned}\cos\angle C &= -\cos(180^\circ - \angle C) \\ &= -\cos(180^\circ - 120^\circ) \\ &= -\cos 60^\circ \\ &= -\frac{1}{2}\end{aligned}$$

余弦定理

$$(AB)^2 = (BC)^2 + (CA)^2 - 2(BC)(CA)\cos\angle C$$

$CA = x$ と置いて

$$(2\sqrt{7})^2 = 4^2 + x^2 + 2 \cdot 4 \cdot x \cdot \cos 60^\circ$$

$$28 = 16 + x^2 + 2 \cdot 4 \cdot x \cdot \frac{1}{2}$$

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

解の公式

$$\begin{aligned}x &= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 + 4 \cdot 12}}{2} \\ &= \frac{-4 \pm \sqrt{4 \cdot 16}}{2} = \frac{-4 \pm 8}{2}\end{aligned}$$

$$= -6, 2$$

$$CA = 2 \cdots A$$

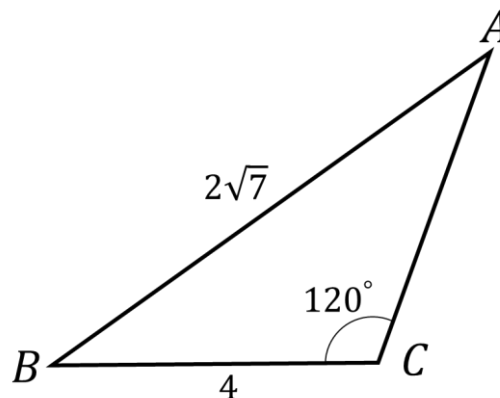
解答 (2)

補角の公式

$$\begin{aligned}\sin\angle C &= \sin(180^\circ - \angle C) \\ &= \sin(180^\circ - 120^\circ) \\ &= \sin 60^\circ \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$

正弦定理 (r_c : 外接円の半径)

$$\begin{aligned}2r_c &= \frac{AB}{\sin\angle C} \\ &= \frac{2\sqrt{7}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{4\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{7} \cdot \sqrt{3}}{3} = \frac{4\sqrt{21}}{3} \\ r_c &= \frac{4\sqrt{21}}{2 \cdot 3} = \frac{2\sqrt{21}}{3} \cdots A\end{aligned}$$



問題3 次の説明を読んでから(1)・(2)の問題を解いて、それぞれの解答を(ア)～(オ)の中から一つ選び、記号を記入しなさい。

$y = ax^2 + 4x$ について考える。ただし $a < 0$ とする。

(1) $a = -1$ のとき、 $0 \leq x \leq 4$ における y の最大値はいくらか。

(ア) 0 (イ) 4 (ウ) 7 (エ) 9 (オ) 11

(2) x は実数全体を動くとする。 y の最大値が2のとき、 a の値はいくらか。

(ア) -2 (イ) -4 (ウ) -6 (エ) -8 (オ) -10

解答 (1)

$$a = -1$$

$$y = f(x) = -x^2 + 4x$$

$$= -(x^2 - 4x)$$

$$= -(x^2 - 4x + 4) + 4$$

$$= -(x - 2)^2 + 4$$

よって、 $y = f(x)$ のグラフは下に開く放物線であり、その頂点(2,4)は $0 \leq x \leq 4$ の範囲にある(下図)ので、最大値 M は $M = 4 \cdots A$

解答 (2)

$$y = f(x) = ax^2 + 4x$$

$$= a \left(x^2 + \frac{4}{a}x \right)$$

$$= a \left(x^2 + \frac{4}{a}x + \frac{4}{a^2} \right) - \frac{4}{a}$$

$$= a \left(x + \frac{2}{a} \right)^2 - \frac{4}{a}$$

よって、頂点 $\left(-\frac{2}{a}, -\frac{4}{a} \right)$ であり、最大値 M は

$$M = -\frac{4}{a} = 2$$

$$-\frac{4}{2} = a$$

$$a = -2 \cdots A$$

なお、 $a = -2$ は $a < 0$ を満たす。

