推薦入校試験問題【例題】
数学Ⅰ

〔専門課程〕

職業能力開発大学校・職業能力開発短期大学校
(ポリテクカレッジ)

1　次の問いに答えよ。

（1）　$a=-3,\ b=-2$　のとき、$-a^2+3a+b^2-2b-7$ の値を求めよ。

①　-21　　②　-17　　③　-11　　④　-3　　⑤　1

（2）　$(-3xy^3)^2\times(2xy)^3$ を計算せよ。

①　$-72x^6y^8$　　②　$72x^6y^8$　　③　$-72x^5y^9$　　④　$72x^5y^9$
⑤　$-72x^5y^{12}$

（3）　整式A，Bについて、$\mathrm{A}+\mathrm{B}=x^2+2x+1,\ \mathrm{A}-\mathrm{B}=3x^2-10x+7$ のとき、
$3\mathrm{A}+\mathrm{B}$ を求めよ。

①　$-x^2+14x-5$　　②　$-x^2+6x-3$　　③　$5x^2-6x+9$
④　$5x^2+6x-3$　　⑤　$2x^2-4x+4$

（4）　$(x+y+2)(x-y+2)$ を展開せよ。

①　x^2+4x+y^2+4　　②　x^2-y^2+4　　③　x^2+4x-y^2+4
④　$x^2-2xy+y^2+4$　　⑤　$x^2-2xy-y^2+4$

（5）　$x=\frac{1}{\sqrt{2}+1}$，$y=\frac{1}{\sqrt{2}-1}$ のとき、x^2y+xy^2 の値を求めよ。

①　$2\sqrt{2}$　　②　$\sqrt{2}$　　③　1　　④　2　　⑤　-2

2　次の問いに答えよ。

（1）　二つの集合 $\mathrm{A}=\{x,\ y,\ 8\}$，$\mathrm{B}=\{2,\ 6,\ 7,\ 8\}$ が $\mathrm{A}\subset\mathrm{B}$ を満たすとき、考えられる $x,\ y$ の値を1組答えよ。

① $x=1,\ y=6$　② $x=2,\ y=6$　③ $x=4,\ y=6$
④ $x=4,\ y=7$　⑤ $x=5,\ y=7$

（2）　条件文「 $x=3$ は $x^4=81$ であるための □ 」について、□にあてはまるものを答えよ。

① 必要十分条件である。
② 必要条件であるが、十分条件でない。
③ 十分条件であるが、必要条件でない。
④ 必要条件でも十分条件でもない。
⑤ 命題でないので、判断できない。

（3）　$-3\leqq a<2,\ 1\leqq b<5$ のとき、 $a-b$ の値の範囲を求めよ。

① $a-b<-8,\ a-b>1$　② $a-b<-8,\ a-b\geqq 1$
③ $-8<a-b\leqq 1$　④ $-8\leqq a-b<1$
⑤ $-8<a-b<1$

（4）　不等式 $|3x-6|\leqq 12$ を解け。

① $-2\leqq x\leqq 6$　② $-6\leqq x\leqq 6$　③ $x\leqq 6$
④ $x\geqq -2$　⑤ $x\leqq -2,\ x\geqq 6$

（5）　不等式 $\begin{cases} x+2<2x+4 \\ 3x-1\leqq x+9 \end{cases}$ を解け。

① $x<-2$　② $x\geqq 5$　③ $x<-2,\ x\geqq 5$　④ $-2<x\leqq 5$
⑤ 解なし

3　２次関数　$y=-x^2+4x+k^2-2k-19$　について、次の問いに答えよ。

（１）　この２次関数が最大値をとるときの x の値を求めよ

①　$x=-2$　　②　$x=-1$　　③　$x=0$　　④　$x=1$　　⑤　$x=2$

（２）　この２次関数のグラフが x 軸と２点で交わるとき、k の範囲を求めよ。

①　$k<-3,\ k>5$　　②　$k<-2,\ k>2$
③　$-2<k<2$　　④　$-2<k<19$
⑤　$-1<k<3$

（３）　この２次関数のグラフが原点を通るとき、k の値を求めよ。

①　$k=2,\ -19$　　②　$k=3,\ -5$　　③　$k=1\pm2\sqrt{5}$　　④　$k=-2\pm\sqrt{3}$
⑤　$k=0$

（４）　$k=6$ のとき、$3\leqq x\leqq 6$ でこの２次関数がとる値の範囲を求めよ。

①　$y\leqq -7,\ 8\leqq y\leqq 9$　　②　$-7\leqq y\leqq 8$　　③　$-7\leqq y\leqq 9$
④　$-7\leqq y\leqq 0$　　⑤　$0\leqq y\leqq 8$

4　２次式　$f(x)=(x+2)^2+5(x+2)+6$　について、次の問いに答えよ。

（１）　$f(2)$ の値を求めよ。

①　-4　　②　0　　③　4　　④　20　　⑤　42

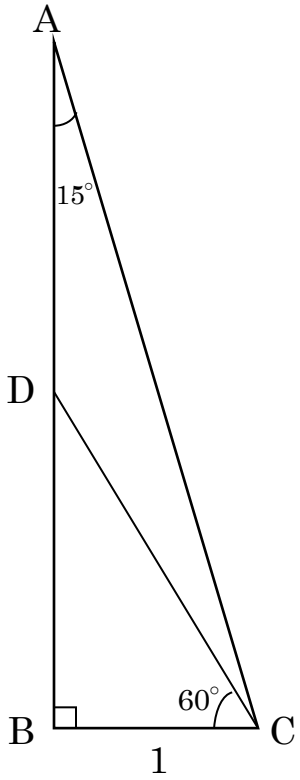
（２）　$f(x)$ を因数分解せよ。

①　$f(x)=(x+2)(x+3)$　　②　$f(x)=(x+3)(x+4)$
③　$f(x)=(x+4)(x+5)$　　④　$f(x)=(x+4)^2$
⑤　$f(x)=(x+6)^2$

（３）　$f(x)=0$ の解を求めよ。

①　$x=-5,\ -4$　　②　$x=-4,\ -3$　　③　$x=-3,\ -2$
④　$x=-6$　　⑤　$x=-4$

5　右図の三角形ＡＢＣについて、
$\angle BAC = 15°,\ \angle BCD = 60°,\ BC = 1$ のとき、
この三角形を利用して次の問いに答えよ。



（１）　$\tan 75°$ を求めよ。

①　1　　②　$\sqrt{2}$　　③　$1+\sqrt{2}$　　④　$1+\sqrt{3}$　　⑤　$2+\sqrt{3}$

（２）　$0° < \theta < 180°$ で $\tan 75° \tan\theta = 1$ を満たす θ の値を求めよ。

①　$\theta = 15°$　　②　$\theta = 30°$　　③　$\theta = 60°$　　④　$\theta = 105°$
⑤　$\theta = 135°$

（３）　$\cos 75°$ を求めよ。

①　$\frac{1}{2}$　　②　$\frac{\sqrt{2}}{4}$　　③　$\frac{\sqrt{6}}{4}$　　④　$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$　　⑤　$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

推薦入校試験問題【例題】
解答・解説

〔専門課程〕

職業能力開発大学校・職業能力開発短期大学校
(ポリテクカレッジ)

解答

1　（1）2　（2）4　（3）3　（4）3　（5）1

2　（1）2　（2）3　（3）5　（4）1　（5）4

3　（1）5　（2）1　（3）3　（4）2

4　（1）5　（2）3　（3）1

5　（1）5　（2）1　（3）5

レベルおよび解答時間

1～4

（1）　基本　2分
（2）（3）　標準　3分
（4）（5）　応用　4分

5

（1）　基本　2分
（2）　標準　3分
（3）　応用　4分

解説

1

（1） $(-m)^2 = m^2$，$-(-m)^2 = -m^2$ など、べき乗数の符号に注意する。

$a = -3,\ b = -2$ を与式に代入して、

$$
\begin{aligned}
&-a^2 + 3a + b^2 - 2b - 7 \\
&= -(-3)^2 + 3 \times (-3) + (-2)^2 - 2 \times (-2) - 7 \\
&= -9 - 9 + 4 + 4 - 7 \\
&= -17
\end{aligned}
$$

（2） $a^m \times a^n = a^{m+n}$，$(a^m)^n = a^{mn}$，$(ab)^m = a^m b^m$ など、累乗の指数計算に注意する。

$$
\begin{aligned}
&(-3xy^3)^2 \times (2xy)^3 \\
&= (-3)^2 \times x^2 \times (y^3)^2 \times 8x^3y^3 \\
&= 9x^2y^6 \times 8x^3y^3 \\
&= 72x^5y^9
\end{aligned}
$$

（3） $3\mathrm{A} + \mathrm{B}$ に直接式を代入する前に、ＡとＢの式として考える。

(第１式)×２　　$2(\mathrm{A} + \mathrm{B}) = 2\mathrm{A} + 2\mathrm{B} = 2x^2 + 4x + 2$

(第２式)　＋）　$\mathrm{A} - \mathrm{B} = 3x^2 - 10x + 7$

$3\mathrm{A} + \mathrm{B} = 5x^2 - 6x + 9$

（4） 多項式を文字に置き換えて計算する。$x + 2 = P$ と置き換える。

$$
\begin{aligned}
&(x + y + 2)(x - y + 2) = (P + y)(P - y) \\
&= P^2 - y^2 \\
&= (x + 2)^2 - y^2
\end{aligned}
$$

さらに展開公式 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ より

（上の式）$= x^2 + 4x + 4 - y^2$

$= x^2 + 4x - y^2 + 4$

（5） $(\sqrt{a})^2 - \left(\sqrt{b}\right)^2 = a - b$　(ただし $a,\ b > 0$) を用いて分母を有理化する。

$$
\begin{aligned}
xy &= \frac{1}{\sqrt{2}+1} \times \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \frac{1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = 1 \\
x + y &= \frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} + \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} \\
&= (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{2} + 1) = 2\sqrt{2}
\end{aligned}
$$

なので、

$$x^2y + xy^2 = xy(x+y) = 1 \times 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

2

（1） 二つの集合 A, B が $A \subset B$ を満たすとき、A の要素は必ず B の要素である。

よって $x,\ y$ はともに $2,\ 6,\ 7,\ 8$ のいずれかである。

$$\therefore\ x = 2,\ y = 6$$

（2） 条件文「$P \Rightarrow$ (ならば) Q」が成り立つとき、

「Pは$(Q$であるための$)$十分条件、Qは$(P$であるための$)$必要条件」である。

「 $x = 3 \Rightarrow x^4 = 81$ 」は成り立つが、「 $x^4 = 81 \Rightarrow x = 3$ 」は成り立たない。

(反例は $x = -3$)

∴十分条件であるが、必要条件でない。

（3） 与式からまず a と $-b$ の範囲を考える。

(第１式)　$-3 \leqq a < 2$

(第２式)　$-5 < -b \leqq -1$

上の２式の辺々を足して $a - b$ の範囲を求めるとき、

左２辺の不等号は「２式とも等号がついているわけではない」ので、

等号のない方をとって、$-8 < a - b$

右２辺の不等号も「２式とも等号がついているわけではない」ので、

等号のない方をとって、$a - b < 1$

$$\therefore\ -8 < a - b < 1$$

（4）絶対値不等式 $|a| \leqq p$ の解は、$a = 0$ のときも成り立てば

$$-p \leqq a \leqq p \ (\text{ただし } p > 0)$$

$|3x - 6| \leqq 12$ より

$-12 \leqq 3x - 6 \leqq 12$

$-6 \leqq 3x \leqq 18$

$-2 \leqq x \leqq 6$

これは

$3x - 6 = 0$

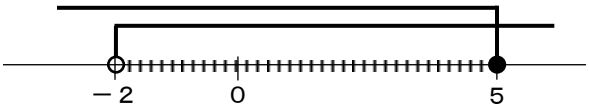
$x = 2$

のときも成り立つ。　　$\therefore\ -2 \leqq x \leqq 6$

（５）簡単そうで間違えやすい。同類項の移項と不等号の向きに注意する。

第１式より　$-2 < x$　　$x > -2$
第２式より　$2x \leqq 10$　　$x \leqq 5$
$\therefore -2 < x \leqq 5$

連立不等式の範囲算出に慣れていなければ、数式や論理だけで無理に導こうとせずに、数直線も利用して確実に解きましょう。



３

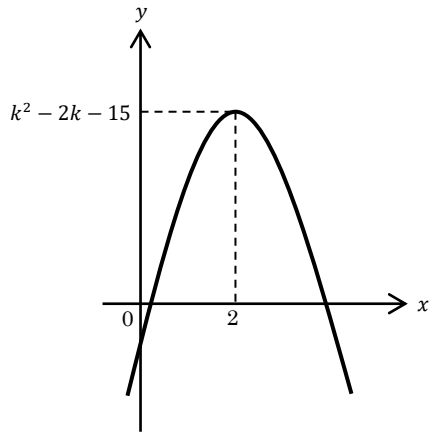
（１）２次関数の最大値、最小値を求める場合、 $y = a(x-p)^2 + q$（ただし $a \neq 0$）の形に変形する。（２次式の平方完成）

$y = a(x-p)^2 + q$ は
$a > 0$ のとき、　$x = p$ のとき最小値 q
$a < 0$ のとき、　$x = p$ のとき最大値 q
をとる。

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 4x + k^2 - 2k - 19 \\ &= (-x^2 + 4x - 4) + 4 + k^2 - 2k - 19 \\ &= -(x-2)^2 + 4 + k^2 - 2k - 19 \\ &= -(x-2)^2 + k^2 - 2k - 15 \end{aligned}$$

よって $x - 2 = 0$ つまり $x = 2$ のときに最大値 $k^2 - 2k - 15$ をとる。

（２）この２次関数の２次係数は $-1 < 0$ なので、
グラフは右図の通り、上向きに山がある。
よってこのグラフが x 軸と２点で交わるのは、
頂点が x 軸より上にある場合。

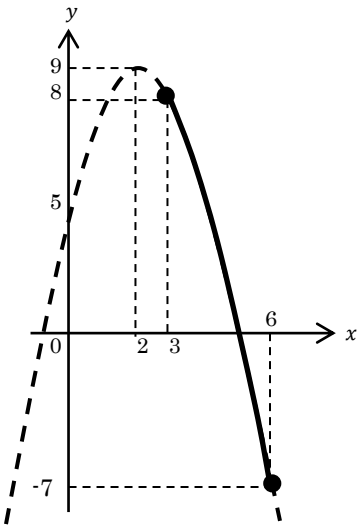


よって求める k の範囲は
$k^2 - 2k - 15 > 0$
左辺を因数分解して
$(k+3)(k-5) > 0$
$k < -3,\ k > 5$

（3）「この２次関数のグラフが原点を通る」ので、$x=0$ のとき $y=0$

$$k^2-2k-19=0$$
$$k^2-2k+1=20$$
$$(k-1)^2=20$$
$$k=1\pm 2\sqrt{5}$$

（4）範囲指定がある２次関数の最大値、最小値は、
右図のようにグラフ化するとわかりやすい。



$k=6$ なので、与式は

$$y=-(x-2)^2+9$$

となるが、この場合 $x=2$ は $3\leqq x\leqq 5$ の範囲外なので、 $y=9$ は最大値とならない。
また

$x=3$ のとき $y=8$
$x=6$ のとき $y=-7$

なので、

$$-7\leqq y\leqq 8$$

4

（1）与式に $x=2$ を代入する。

$$f(2)=4^2+5\times 4+6=42$$

（2）$x+2=X$ と置き換える。

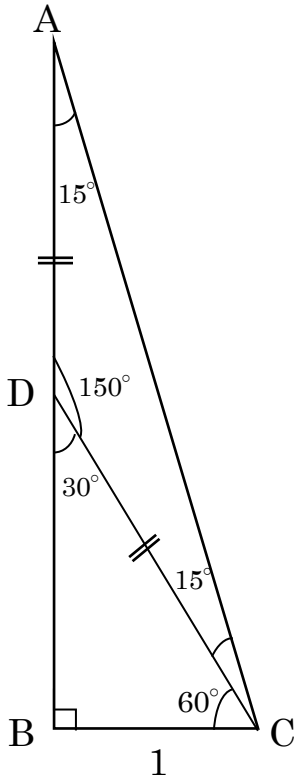
因数分解の公式 $X^2+(a+b)X+ab=(X+a)(X+b)$ から

$$\begin{aligned}f(x)&=(x+2)^2+5(x+2)+6\\&=X^2+5X+6\\&=(X+2)(X+3)\\&=((x+2)+2)((x+2)+3)\\&=(x+4)(x+5)\end{aligned}$$

（3） $f(x)=(x+a)(x+b)=0$ の解は $x=-a,\ -b$

$$\therefore x=-5,\ -4$$

5



（1） 右図の通り角度が確定するので、

$\triangle \mathrm{ADC}$ は $\mathrm{AD}=\mathrm{DC}$ の二等辺三角形

であり、

$\mathrm{BD}=\sqrt{3},\quad \mathrm{CD}=\mathrm{AD}=2$

であることがわかる。

$$\tan 75^\circ=\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{BC}}=\frac{\mathrm{AD}+\mathrm{DB}}{\mathrm{BC}}=2+\sqrt{3}$$

（2） $\tan 75^\circ=\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{BC}}$ なので $\tan\theta=\frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AB}}$

よって $0^\circ<\theta<180^\circ$ つまり$\triangle \mathrm{ABC}$ 内では

$\theta=\angle \mathrm{A}=15^\circ$

（3） 三角関数の公式 $1+\tan^2\theta=\frac{1}{\cos^2\theta}$ より、$\theta=75^\circ$として

$$1+(2+\sqrt{3})^2=\frac{1}{\cos^2 75^\circ}$$

$$1+7+4\sqrt{3}=\frac{1}{\cos^2 75^\circ}$$

$$8+4\sqrt{3}=\frac{1}{\cos^2 75^\circ}$$

ここで平方根の式の因数分解 $a+b+2\sqrt{ab}=(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2$（ただし$a,\ b>0$）を用いて

$$8+2\sqrt{12}=\frac{1}{\cos^2 75^\circ}$$

$$(\sqrt{6}+\sqrt{2})^2=\frac{1}{\cos^2 75^\circ}$$

$\cos 75^\circ>0$ より

$$\sqrt{6}+\sqrt{2}=\frac{1}{\cos 75^\circ}$$

$$\cos 75^\circ=\frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$$

さらに分母を有理化して

$$\cos 75^\circ=\frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$